

連続鋳造プロセスにおける気泡、介在物挙動の数学的モデリング

Mathematical Modeling of Bubble and Inclusion in a Continuous Casting Process

高谷幸司 / Kouji Takatani・総合技術研究所 基盤技術研究部 次長 工博

宇治澤優 / Yutaka Ujisawa・総合技術研究所 高温プロセス研究部 副主任研究員

谷澤好徳 / Yoshinori Tanizawa・総合技術研究所 鋼鋼プロジェクト推進部 副主任研究員

要 約

連続鋳造プロセスにおける気泡や介在物のような分散粒子の挙動を記述する数学モデルを開発し、そのモデルの構成、解析方法およびマシン設計への応用例を紹介する。スラブ型連続鋳造機における気泡の集積やブルーム型連続鋳造機における介在物の集積に及ぼすマシン型式の影響を明らかにした後、タンディッシュにおける介在物の凝集・肥大と浮上分離挙動の把握を行った。

Synopsis

A mathematical model that describes the behavior of dispersed particles such as bubbles and inclusions in a continuous casting (CC) process has been developed. This report introduces the modeling, computational procedure and application of this mathematical model to machine design.

Effect of machine type on accumulation and flotation of inclusions and bubbles in slab and billet CC are investigated by use of this mathematical model, and coagulation and flotation behavior of the inclusions in a tundish are clarified.

1. 緒 言

溶鋼中の非金属介在物や気泡は、連続鋳造機で溶鋼が凝固する時に捕捉され、自動車用鋼板の表面欠陥となって現れたり、微小な介在物が、軸受け鋼やスチールコード材の品質に大きく影響することから、これら分散粒子の除去技術に大きな努力が払われてきた。そしてこれら分散粒子の挙動を明らかにするために、実験的な検討が繰り返され、電磁気力の利用も含めて溶鋼の清浄化技術は大きく進展してきた。また、一方で計算機の利用技術の進歩に伴い、溶鋼中の介在物や気泡の運動あるいは凝集・肥大現象を記述する数学モデルの発展についても目覚ましいものがあり¹⁾⁻⁶⁾、製品品質を数学モデルを用いて予測し、連続鋳造プロセスの操業改善やプロセス設計への適用が可能となりつつある。

一例として、連続鋳造機での製品欠陥に対する問題を解決するための数学モデルを介した課題への対応の方法を第1図に示す。本図には、連続鋳造機において発生する種々の現象のうち介在物や気泡性の欠陥につながるもののみを記載している。数学モデルの役割としては、これらの現象が直接的にモデル化されているのが望ましく、鋳片内の介在

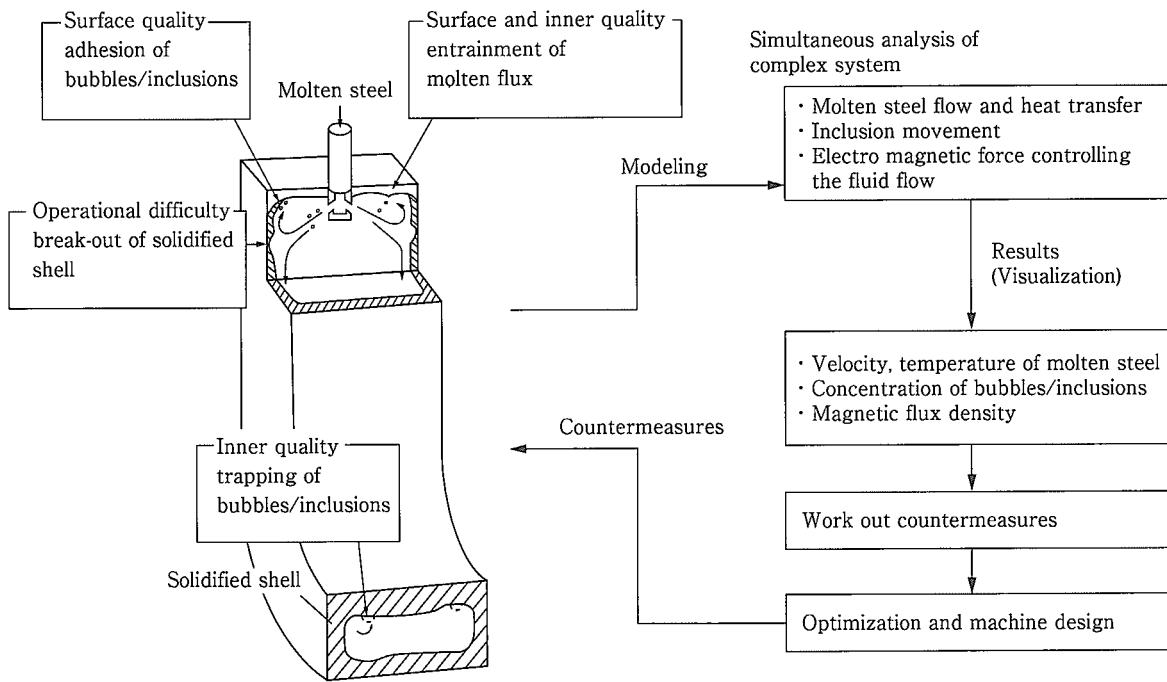
物や気泡の濃度分布が計算できる必要がある。そのためには、溶鋼の流動や凝固シェルの形状等の計算と介在物・気泡の挙動計算とが完全に連成されなければならない。こうして初めて、操業条件の変更や、マシン設計へ反映することが可能となる。

2. モデルの構成

2-1 支配方程式

溶鋼の流動と気泡や介在物の挙動をモデリングするに際し、以下の仮定を設けた。

- (1)溶鋼は、非圧縮性流体とし、溶鋼の温度変化による熱対流は、ブシネスク近似⁷⁾により考慮する。
- (2)凝固収縮は無視し、固相率が0.7以上の領域を完全固体とみなす。
- (3)介在物と気泡は、分散相とみなし、その運動はBasset-Boussinesq-Oseen-Tchenの式⁸⁾で記述できる。ただし、Basset項は無視する。
- (4)気泡同士の合体、気泡への介在物の捕捉あるいは耐火物壁への付着は考慮せず、介在物同士の合体は、流れの乱れによる乱流凝集と粒子間の速度差に起因する差



第1図 数学モデルを介した課題への対応方法

Fig.1 Counter measures against the quality and operational difficulty by use of the mathematical model

動凝集を考慮する⁹⁾。

(5)介在物と気泡は球形とし、密度も一定とする。

(6)溶鋼流動は、気泡による流体抵抗力を考慮するが、介在物のそれは無視する。

(7)固相内部に取り込まれた気泡や介在物は、そこに閉じこめられる。

(8)流体の乱流現象は、LES¹⁰⁾により表現できる。

以上の仮定を設けると、物質、運動量およびエネルギーの収支を取ることにより、支配方程式は次のようになる。

[物質収支]

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{\partial (U_{ii} \cdot f_i)}{\partial x_i} = -\text{Rate}$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \frac{\partial (U_{si} \cdot f_s)}{\partial x_i} = \text{Rate}$$

$$\frac{\partial f_g}{\partial t} + \frac{\partial (U_{gi} \cdot f_g)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{eg} \frac{\partial f_g}{\partial x_i} \right)$$

$$\frac{\partial n_{pk}}{\partial t} + \frac{\partial (U_{pki} \cdot n_{pk})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ep} \frac{\partial n_{pk}}{\partial x_i} \right) + S_{pk}$$

[運動量収支]

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho_i U_{ii})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_i U_{ii} U_{ii})}{\partial x_i} \\ = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_e \left(\frac{\partial U_{ii}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{jj}}{\partial x_i} \right) \right] \\ + \beta (T - T_o) \rho_i g_i + F_{ig} \end{aligned}$$

$$U_{si} = U_{ci}$$

$$\begin{aligned} \rho_g \frac{DU_{gi}}{Dt} &= -\frac{3}{4} \frac{\mu_e}{d_g^2} Re_g C_d g (U_{gi} - U_{ii}) + \rho_i \frac{DU_{ii}}{Dt} \\ &\quad + \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{DU_{ii}}{Dt} - \frac{DU_{gi}}{Dt} \right) + (\rho_i - \rho_g) g_i \\ \rho_p \frac{DU_{pki}}{Dt} &= -\frac{3}{4} \frac{\mu_e}{d_{pk}^2} Re_{pk} C_d_{pk} (U_{pki} - U_{ii}) + \rho_i \frac{DU_{ii}}{Dt} \\ &\quad + \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{DU_{ii}}{Dt} - \frac{DU_{pki}}{Dt} \right) + (\rho_i - \rho_{pk}) g_i \end{aligned}$$

[エネルギー収支]

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (f_i U_{ii} + f_s U_{si}) T}{\partial x_i} \\ = \frac{1}{\rho_i C_{pi}} \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_e \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \rho_i \cdot \text{Rate}(\Delta H) \right] \end{aligned}$$

ここに、

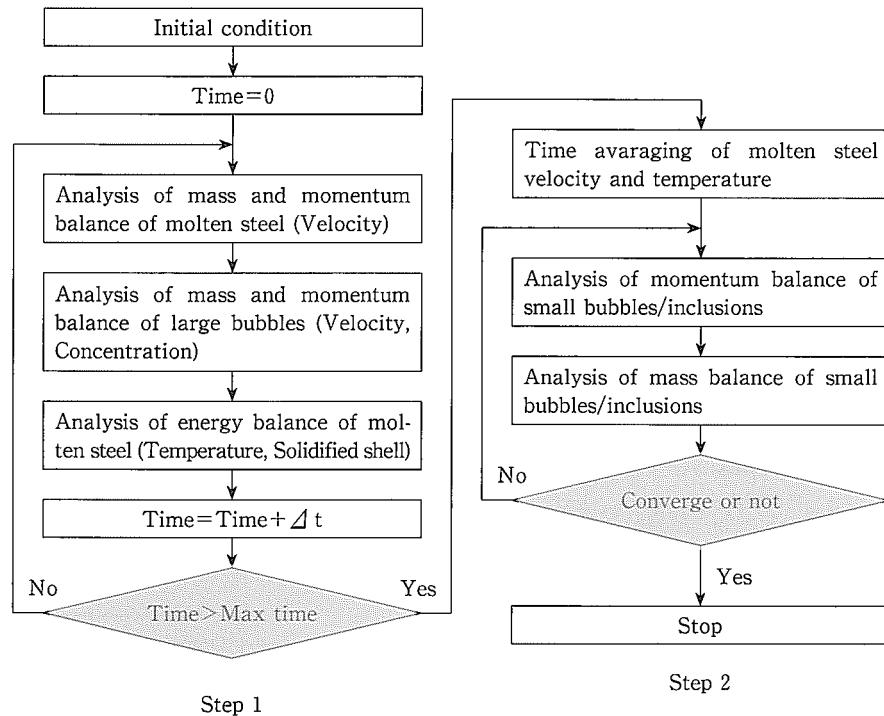
$$\begin{aligned} S_{pk} &= \left(\frac{1}{2} \sum_{m+n=k} N_{mn} - \sum_{m=1}^{\max} N_{mk} \right) \eta \\ &= \left(\frac{1}{2} \sum_{m+n=k} \beta(m, n) n_m n_n - \sum_{m=1}^{\max} \beta(m, k) n_m n_k \right) \eta \end{aligned}$$

$$\beta(m, n) = 2(2\pi)^{1/2} R^2 \left\{ \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_p} \right)^2 (\tau_m - \tau_n)^2 \frac{DU_{ii}}{Dt} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_p} \right)^2 (\tau_m - \tau_n)^2 g^2 + \frac{1}{9} R^2 \frac{\epsilon \rho_i}{\mu_1} \right\}^{1/2}$$

$$\epsilon = \frac{\mu_1}{\rho_i} \left[\frac{\partial U_{ii}}{\partial x_i} \left(\frac{\partial U_{ii}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{jj}}{\partial x_i} \right) \right]^{1/2}$$

$$R = \frac{d_{pm} + d_{pn}}{2}$$



第2図 解析手順
Fig.2 Computational procedure

$$\tau_m = \frac{4}{3} d_{pm}^2 \rho_l / (\mu_l Re_{pm} Cd_{pm})$$

$$F_{lg1} = f_g \frac{3}{4} \frac{\mu_l}{d_g^2} Re_g Cd_g (U_{g1} - U_{l1})$$

$$Cd_q = 0.4 + 24/Re_q + 6/(1 + \sqrt{Re_q})$$

$$Re_q = \frac{d_q |U_1 - U_q| \rho_l}{\mu_l}, \quad (q = g, p)$$

$$D_e = \frac{\mu_e}{\rho_l}, \quad \mu_e = \mu_l + \mu_{sgs}$$

$$\mu_{sgs} = \rho_l (C_s \Delta)^2 \left[\frac{\partial U_{1j}}{\partial x_i} \left(\frac{\partial U_{1i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{1j}}{\partial x_i} \right) \right]^{1/2}$$

$$\frac{D(\cdot)}{Dt} = \frac{\partial (\cdot)}{\partial t} + U_i \frac{\partial (\cdot)^{*1)} }{\partial x_i}$$

ここで、問題となるのは介在物同士か衝突した後の凝集係数 η をいかに決定するかということである。未だ付着力が何に起因しているか明らかでなく、実験的に決定せざるを得ないと考えるが、ここでは凝集係数の値をパラメトリックに変化させて、その影響を調べることにする。

*1) : B.B.O.T の式は、粒子に乗った座標系で記述されており、粒子軌跡を追跡する場合は、粒子の座標を移動させながら計算するため、時間微分は時間微分そのものであるが、これを流体解析で用いられる固定座標系に移すと、時間微分項は移流項を含んだ形で表現する必要がある。濃度の移流拡散方程式を解く場合、後者の取り扱いが必要となる。

2-2 解析方法ならびに手順

前述した支配方程式を解くことにより、溶鋼の流速、温度(鋳型内では、凝固シェル形状)および介在物や気泡の濃度分布が算出できる。このとき、モデル解析を次の2段階に分けて行うこととする。

(1)流体の物質、運動量および熱収支式を時間発展的に解いて、流体側の運動とエネルギーに関する時間平均を求める。このとき、大きな気泡は、流体運動に大きく影響するため、流体との相互作用力を考慮して気泡の濃度と速度分布を同時に求める。

(2)次に、得られた流体側の速度分布を用いて、小さな径の介在物と気泡の濃度と速度分布を求める。このとき、流体運動への影響は小さいとしてその抗力を無視する。

本来は、上記の(2)の計算は(1)の非定常流体計算の中に組み込み、その中で、時間平均して定常解を求めるべきであるが、計算コストを考慮し、(1)で得られた定常流れ場に対して、介在物や気泡の定常解を求めることにより評価することにした。この手順を第2図に示しておく。

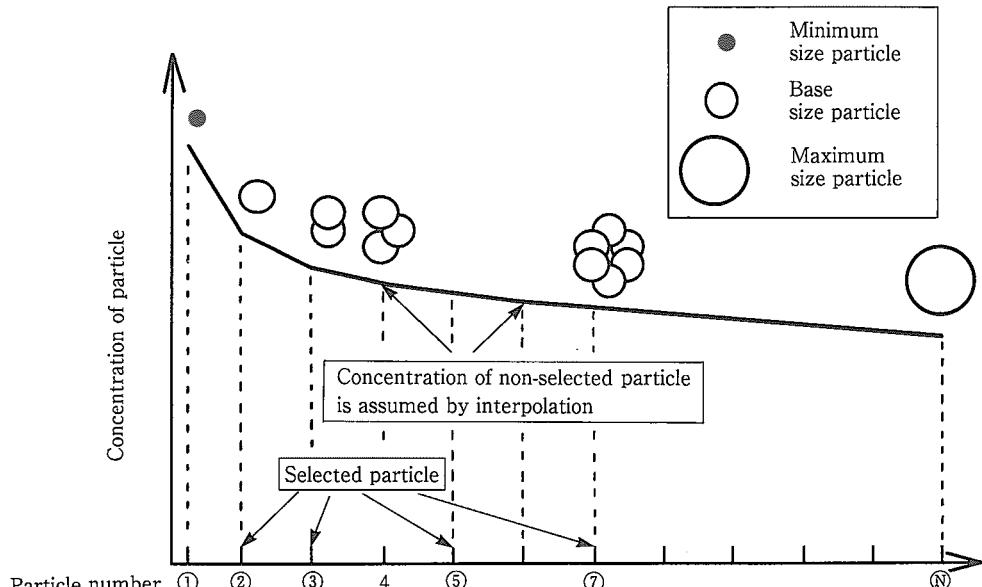
次に数値解析上、問題の多い介在物の収支式の解き方について言及しておく。介在物の粒子径は、実際のところ、アナログ的に分布しているが、計算ではディスクリートに定められた粒子径分布に置き換えて計算する必要がある。ここで、選択する粒子径を適当に選んでしまうと、合体によって生成した粒子の粒子径が、与えた粒子径分布の中には存在しないことが起こるため、個数の収支と体積濃度の収

支が合致しなくなる危険性がある。そこで、このとき最も問題の少ない方法は、最小粒子径を決定し、その最小粒子の多量体として、粒子径分布を表すことである。具体的には、最小粒子を $1 \mu\text{m}$ とすると、次の大きさの粒子は最小粒子が 2 つ合体してできた $1.26 \mu\text{m}$ の粒子、そして、その次は、3 ヶの粒子が合体した $1.44 \mu\text{m}$ の粒子というように分布系を設定するのである。こうすれば、合体して新たにできた粒子の大きさは、この与えられた分布系の中に必ず存在するため、個数の収支と体積濃度の収支が合致する。しかし、こうすると、実際のプロセスで問題となるような $100 \mu\text{m}$ の介在物を $1 \mu\text{m}$ の粒子の集合体として表現すると、 10^6 個の多量体となり、 10^6 個の粒子に関する収支式を解く必要が生じ、実用的ではない。

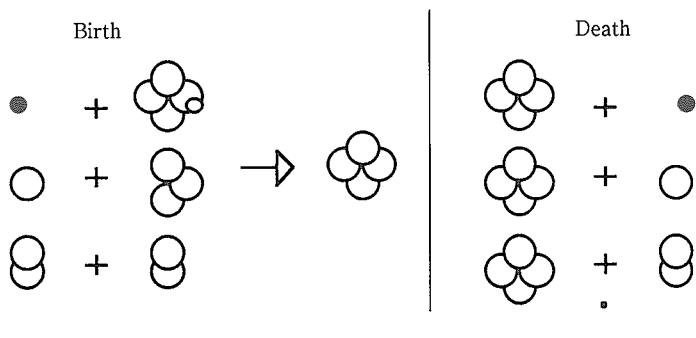
そこで、ここでは、第 3 図に示すように最小粒子、増分粒子および最大粒子の 3 種類の大きさの粒子を基本にす

る。ここで、増分粒子は、上述の説明における最小粒子に相当する基本粒子径である。また、最小粒子は、増分粒子より大きさが十分に小さな粒子である。そして、最大粒子とは、設定した粒子径において増分粒子の多量体で表される最大の粒子径よりさらに大きな粒子径をもつ粒子である。

そして、増分粒子は n 量体が基本となるが、全ての粒子を計算するのではなく、選定した n 量体についてのみ個数濃度に関する収支式を解き、選定粒子以外は計算された粒子の個数濃度から内挿して求めることにする。こうすることにより、計算の負荷を大幅に低減することが可能となる。



Example : Birth and death term of No.5 particle



第 3 図 粒子の生成・消滅項の算出方法

Fig.3 Calculation method of birth and death term of particles

3. 解析結果

連続鋳造された鋳片内には、クラスター化したアルミニウム介在物や気泡性欠陥の中に介在物が捕捉されていることが多々あり、介在物の凝集・肥大や気泡への捕捉現象が、実プロセスでは非常に大きな問題を引き起こしていることが推定される。そして、介在物の肥大凝集現象を定量化すべく精力的な研究が行われているが、未だ十分ではなく、一般的に論じられる状況ではない。ここでは、連続鋳造機のマシン設計を念頭に置き、介在物や気泡の挙動を肥大・凝集を考慮せずに解析した例を挙げた後、タンディッシュ内の介在物の肥大・凝集の定性的な現象把握を行うことにする。

3-1 連続鋳造機鋳型内の解析および実機設計への応用

3-1-1 スラブ連続鋳造機でのピンホールの集積

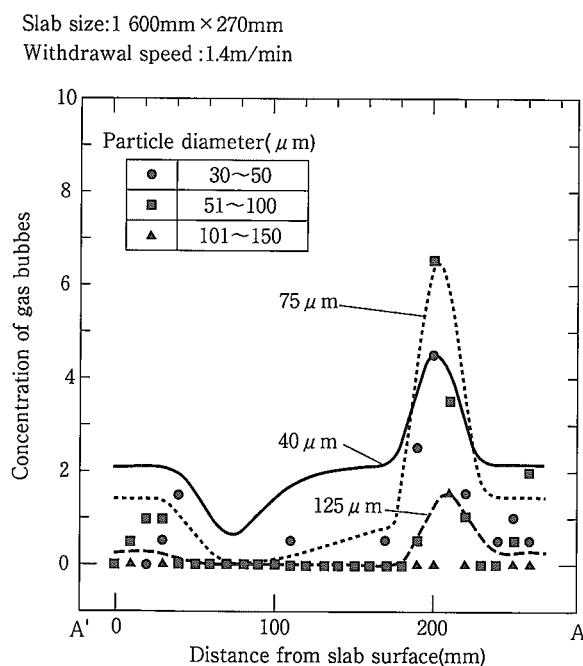
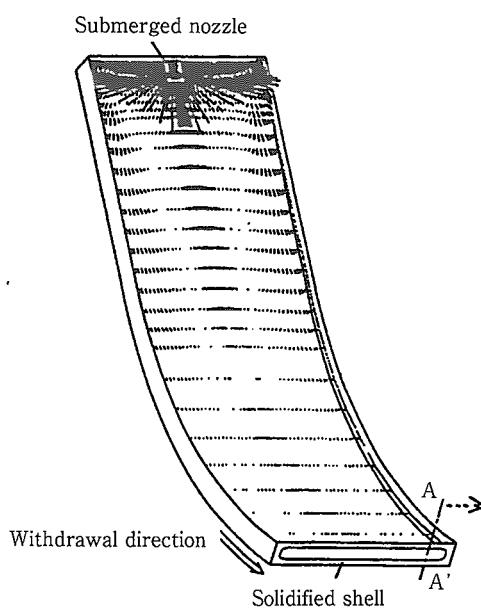
垂直-曲げ型(VB)のスラブ型連続鋳造機におけるピンホールの集積状況について、計算結果と実機での測定結果との比較を第4図に示す¹¹⁾。いわゆる重力方向と反対側に気泡が集積する集積帯が良好に再現されているのが分かる。気泡は、大きさが大きいほど鋳片の表面近くに集積のピークが存在することが分かる。また、同一のスラブサイズで鋳造条件も同じとして、マシン形式のみを変更したモデル

計算の結果を第5図に示す。湾曲型(S)のマシンでは、鋳片表面近くから集積が起こり、そのピークも高くなるのに対し、垂直-曲げ型のマシンでは、介在物の集積は垂直部で生成した凝固シェル内では起こらず、曲げが開始するところから集積が発生するが、その集積ピークは湾曲型マシンに比較して、低く抑えることが可能である。

3-1-2 ブルーム連続鋳造機での介在物集積に及ぼすマシン型式の影響

次に、小断面の連続鋳造機における介在物の集積について検討を行う。小断面の連続鋳造機においては、鋳型内においてメニスカス温度の確保や等軸晶を生成するために電磁攪拌が行われるのが一般であり、その影響も考慮して解析する必要がある。ここでは、鋳型内流動を解析するときに、移動磁界による電磁攪拌力を外力項として考慮し、流動の定常解を求めるようにした。

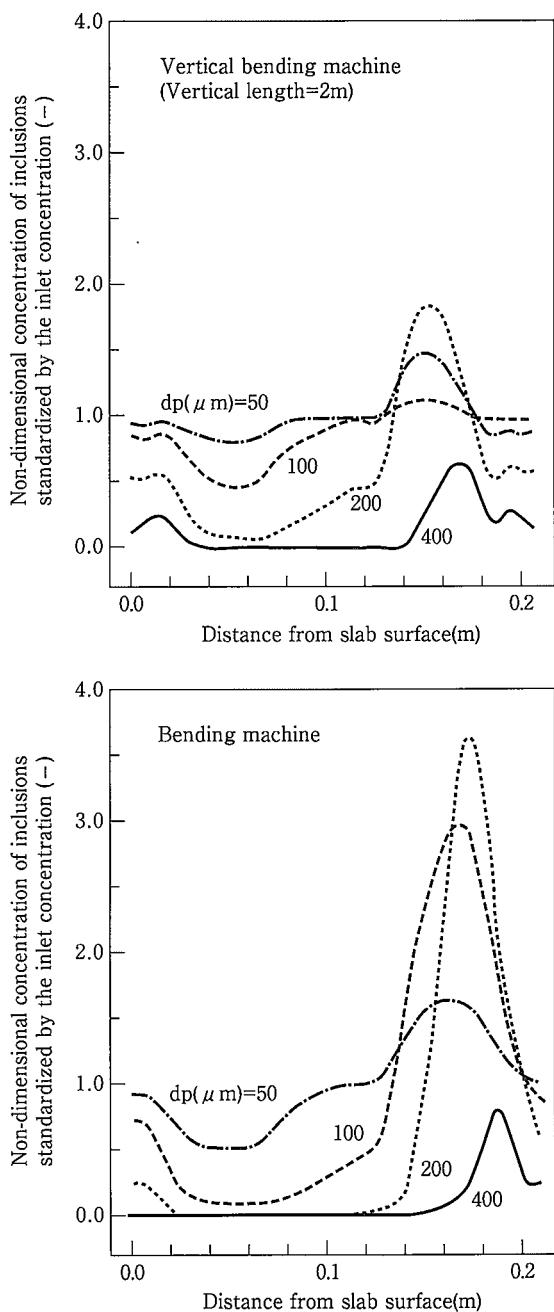
製品断面における最大の介在物濃度に及ぼす垂直-曲げ型マシンにおける垂直部長さと湾曲型マシンにおける湾曲半径の影響を第6図に示す。これから分かるように、3mの垂直部長さを持つ垂直-曲げ型マシンと同等の介在物集積濃度となる湾曲型マシンの曲率半径は、約30mにもなることが分かる。したがって、湾曲型マシンは、内部割れには有利であるが、介在物の清浄性を考えると垂直-曲げマシンには到底及ばないことが分かる。



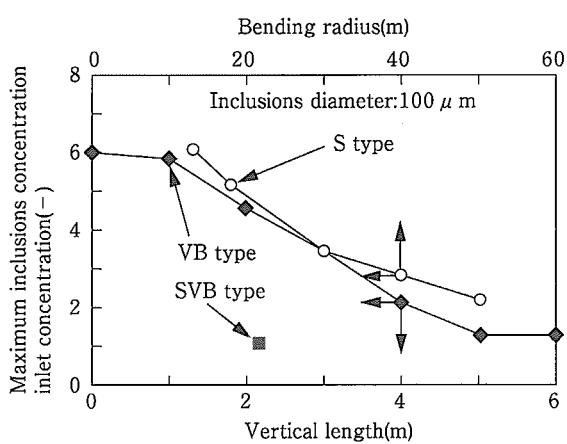
第4図 スラブ型連続鋳造機におけるピンホールの集積挙動(実機測定値と計算値との比較)

Fig.4 Behavior of small-gas bubbles in a continuous caster

(Comparison of gas bubbles concentration in the slab between measured and computational result)



第5図 介在物集積に及ぼすマシン型式の影響(スラブサイズ: 1600×270 mm, 引き抜き速度: 1 m/min)
Fig.5 Effects of machine type on the inclusions behavior (Slab size: 1600×270 mm, Withdrawal speed: 1 m/min)



第6図 介在物の最大集積濃度に及ぼすマシン型式の影響(ブルームサイズ: 330×450 mm, 引き抜き速度: 1.2 m/min)

Fig.6 Effects of machine type on the maximum concentration of inclusions (Size: 330×450 mm, Withdrawal speed: 1.2 m/min)

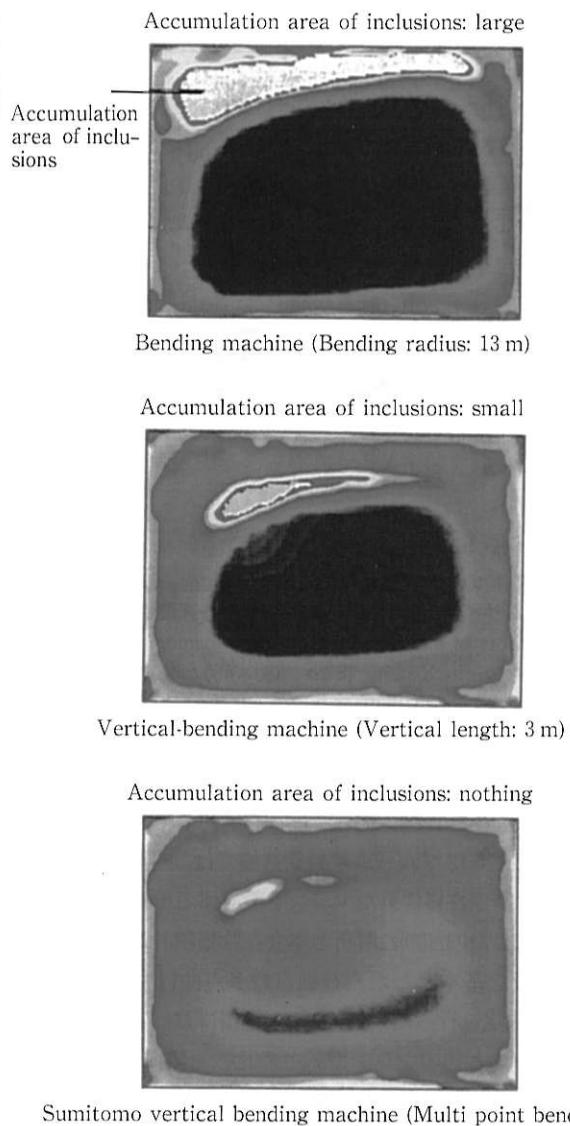
そこで、当社の小倉製鉄所において平成7年6月に稼働を開始したNo.3ブルーム連続鋳造機では、内部割れがなく介在物の清浄性に優れたマシンを設計するべく歪み蓄積理論を基にした内部割れ解析と本介在物集積計算を行い、垂直一曲げを基本とした当社独自の多点曲げマシン型式(SVB)の決定を行った¹²⁾。介在物の集積におけるこの多点曲げ型マシンと他のマシン型式との比較を第7図に示す。介在物集積において多点曲げマシンがかなり有利なことが理解できる。これは、SVB型マシンでは、垂直部を2.2 m設け、その後、110, 51, 31, 21, 15.2 mの多段の曲率としているため、介在物の集積の観点からして、垂直部長さが6 m以上のVBマシンと同等の介在物浮上特性を持っていると判断できる。

このように本計算モデルを用いれば、種々の条件における介在物や気泡の鋳片内の集積状況が推測でき、適切な操業条件の設定やマシン設計が可能となる。

3-2 タンディッシュ内における介在物の凝集・肥大および浮上分離挙動

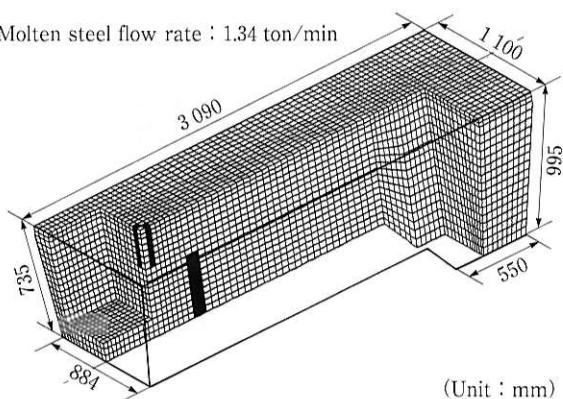
第8図にモデル計算に用いた操業条件および計算格子を示す。タンディッシュへの溶鋼の供給にはロングノズルを用い、タンディッシュ底部をショートパスする流れを抑制するための堰が設置された一般的なタンディッシュ形状とした。第9図にタンディッシュ内の時間平均された溶鋼流動と温度分布の計算結果を示す。堰による効果と熱対流により、注入された溶鋼は、タンディッシュの上面に沿って排出孔に向い、堰より下流側の流れは、上部を除きかなり緩やかなものとなる。また、堰より下流側では熱対流が顕著

技術報文

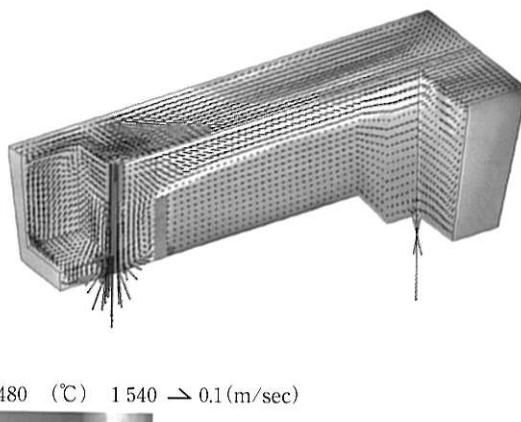


第7図 鋳片断面における介在物濃度分布に及ぼすマシン型式の影響(ブルームサイズ: 330×450 mm, 引き抜き速度: 0.7 m/min, 粒子径: 100 μm)

Fig.7 Effects of machine type on the concentration distribution of inclusions (Size: 330×450 mm, Withdrawal speed: 0.7 m/min, Particle diameter: 100 μm)



第8図 モデル計算に用いた計算格子と操業条件
Fig.8 Computational grid and operational condition



第9図 タンディッシュ内の時間平均された流速および温度分布
Fig.9 Time avaraged velocity and temperature distribution in the tundish

となり、タンディッシュの上下間で大きな温度差が生じている。

第10図には、タンディッシュ入り口と出口における粒子径分布を示す。ここでは、粒子径の分布は以下の式¹³⁾に従うとして、初期粒子径分布を与えた。

$$n = n_0 \exp(-\alpha \cdot d_p)$$

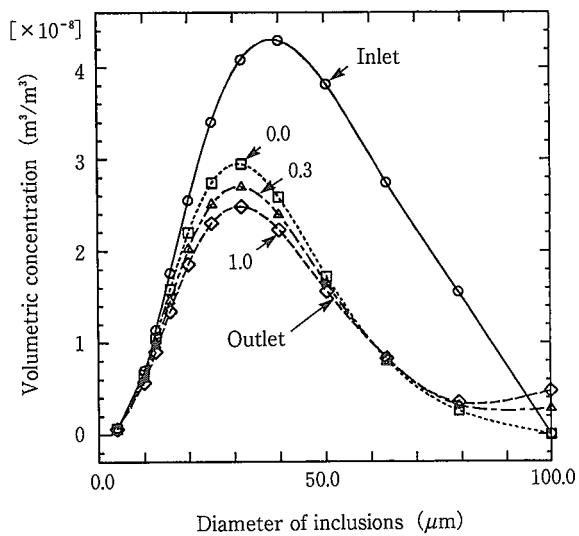
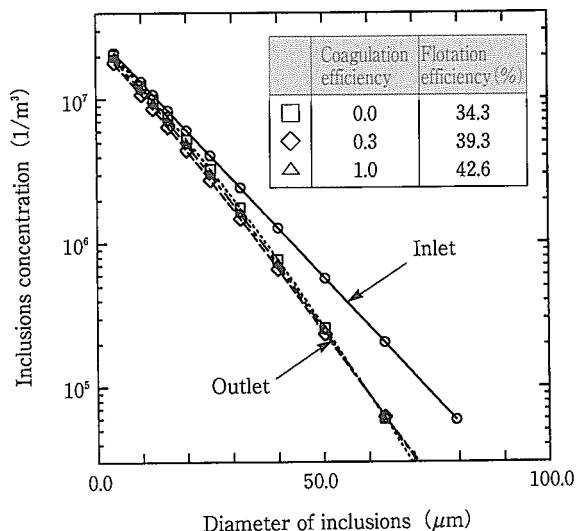
ここに、n: 個数濃度、d_p: 粒子径、n₀、α: 比例定数

図中には、凝集係数の影響および流入溶鋼のトータル酸素濃度の影響が示されており、全粒子を対象とした浮上分離効率も併せて図中に記載した。

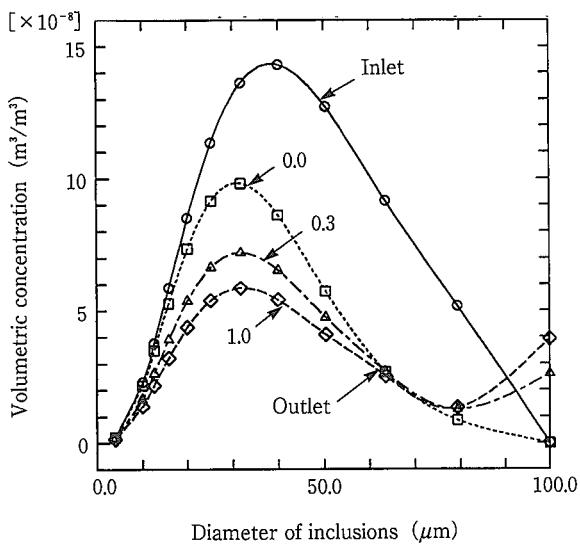
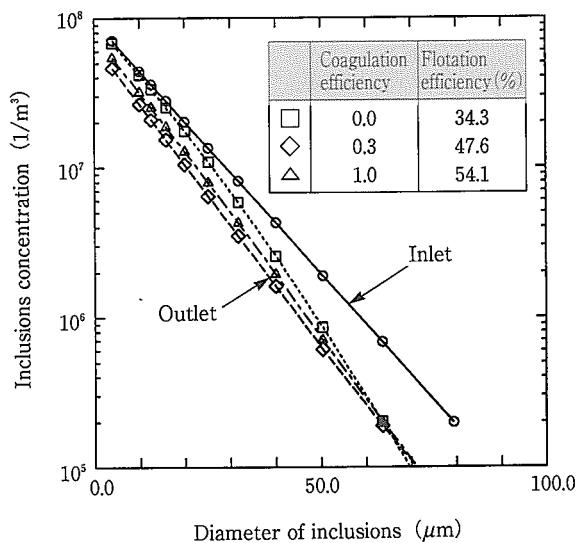
この図より、以下のことが分かる。

- トータル酸素濃度が高いほど、凝集・肥大速度が大きくなるため、凝集効率の影響が大きくなる。
- それに対し、トータル酸素濃度が低くなると、肥大・凝集速度が小さくなるため、凝集効率の影響が小さくなり、凝集・肥大を考慮しない場合に近づく。
- 本計算では、100 μm を最大の粒子径として扱ったが、タンディッシュ出口近傍において凝集・肥大により生成するため、浮上分離されず出口から排出される結果となった。凝集・肥大を考慮しなければ、そのほとんどが浮上分離する粒子径である。

第11図に、トータル酸素濃度 20 ppm、粒子径 20 μm の介在物のタンディッシュ内における濃度分布に及ぼす凝集係数の影響を示す。凝集が生じない場合(凝集係数=0)、介在物は、タンディッシュ内ではあまり除去されず、濃度変化が小さいのに対し、凝集係数が大きくなると、凝集による除去が行われ、出口に近づくにつれて濃度が減少するのが分かる。このときの、タンディッシュ内における粒子径 20 および 60 μm の粒子の生成・消滅速度を第12図に示す。小さな粒子は、流れの激しい供給ノズル内部や注入流直下において、肥大・凝集速度が大きく、消滅除去される。そ



Total-oxygen concentration : 6 ppm



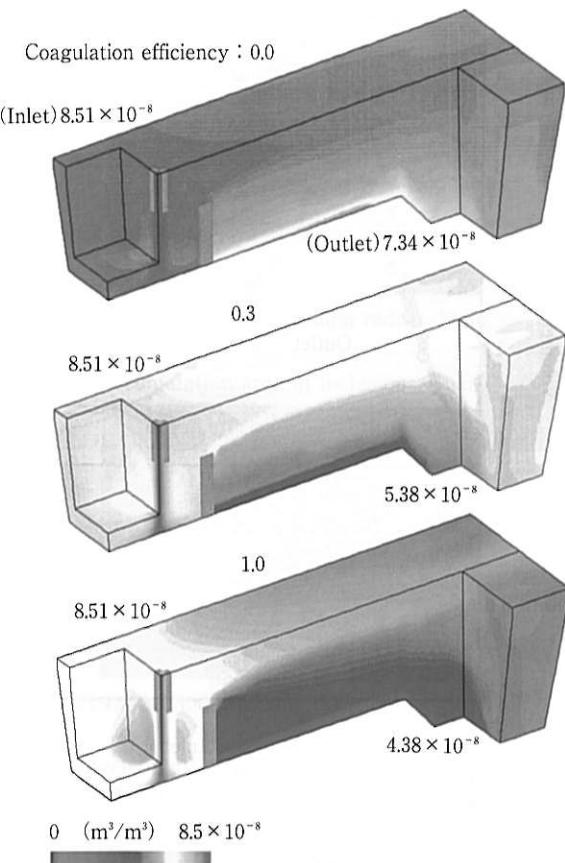
Total-oxygen concentration : 20 ppm

第10図 タンディッシュにおける介在物の凝集肥大に及ぼす凝集効率の影響
Fig.10 Effects of coagulation efficiency on the coagulation of inclusions in a tundish

れに対し、大きな粒子では、タンディッシュ上流では、消滅であるが、下流において生成側に転じている。つまり、タンディッシュ内全体の平均として、相対的に小さな粒子は消滅、大きな粒子は生成となっており、タンディッシュ上流の攪拌の強い領域での肥大・凝集速度が大きい。

- これらの結果から介在物除去を効率よく行うには、
- ・タンディッシュに供給される前に、積極的に攪拌し、介在物の肥大凝集を促進しておく
 - ・タンディッシュ下流側での凝集・肥大を抑制するため、注入流近傍の乱れを極力下流側へ伝搬させない

- ・タンディッシュ内での肥大・凝集を積極的に利用するのであれば、注入流近傍の攪拌力を強めるとともに、下流との絶縁を図ることが、重要である。

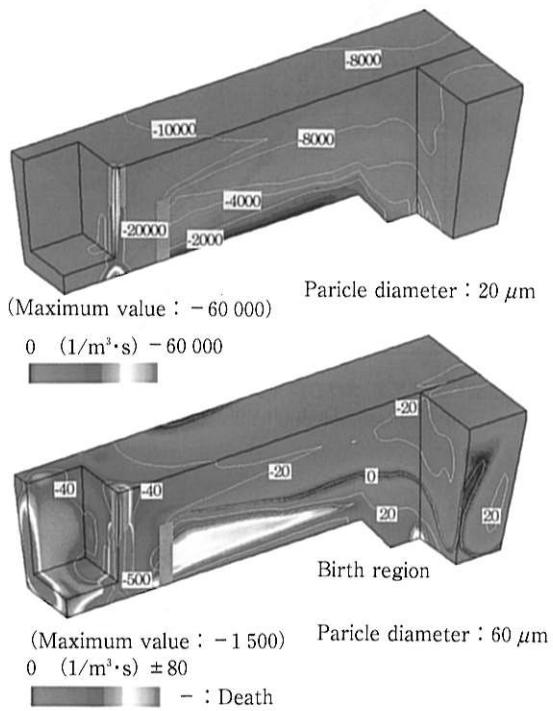


第11図 介在物濃度分布に及ぼす凝集係数の影響(入口トータル酸素濃度 : 20 ppm, 粒子径 : 20 μm)

Fig.11 Effects of coagulation efficiency on the concentration distribution of inclusions (Inlet total-Oxygen concentration : 20 ppm, Particle diameter : 20 μm)

4. 結 言

連続鋳造プロセスにおける分散粒子の挙動を総合的に評価可能な数学モデルの開発を行った。この総合的な解析・評価を的確に行うためには、数学モデルとして①溶鋼の流動、伝熱(凝固シェル形状を含む)および分散粒子の運動を同時解析できる②品質評価の指標が直接モデル化されていることが必要であり、ここに示したモデルは、この要求に応えられるように設計されており、実プロセスでのマシン



第12図 介在物の生成・消滅速度分布における粒子径の影響(凝集係数 : 0.3)

Fig.12 Effects of particle diameter on the distribution of birth and death rate of inclusions (Coagulation efficiency : 0.3)

設計に反映できる構成となっている。

今後、数学モデルを用いた連続鋳造プロセスにおける品質評価をより精度高く、高度に行うためには、①铸片表面に接する溶鋼内境界層における粒子挙動の定量化(凝固シェルと分散粒子の付着力評価と分散粒子の移動メカニズム)②介在物同士の凝集係数の実験的および理論的な決定③実プロセスでのより詳細な測定結果の蓄積等が必要である。また、このような現象解明には、粒度分布を含め、迅速かつ正確な介在物の分析技術の確立が強く望まれる。

【記号表】

C_d : 抵抗係数, C_p : 比熱, C_s : スマゴリンスキーニ定数,
 D_e : 有効拡散係数, d_p : 粒子径, F_{lg} : 気液間相互作用力,
 f : 体積分率, g : 重力加速度, k_e : 有効熱伝導度,
 n_p : 粒子個数濃度, p : 壓力, Rate : 凝固速度,
 R_e : レイノルズ数, T : 温度, t : 時間, U : 流速,
 ΔH : 凝固潜熱, β : 体積膨張係数, η : 凝集係数,
 μ : 粘性係数, ρ : 密度
 (添字) g : 気体, l : 液体, s : 固体, p : 分散粒子



高谷幸司/Kouji Takatani

総合技術研究所
基盤技術研究部 次長 工博

(問合せ先 : 0479(46)5126)

E-mail : taka@hasaki.sumikin.co.jp

参考文献

- 1) 谷口尚司, 菊池淳, 高瀬成宣, 伊勢知子 : CAMP-ISIJ, **10** (1997), 101
- 2) 松野英寿, 松井剛, 櫻井栄司, 川嶋一斗士 : CAMP-ISIJ, **10** (1997), 103
- 3) 戸澤宏一, 加藤嘉英, 中西知巳 : CAMP-ISIJ, **10** (1997), 105
- 4) 山田亘, 沢田郁夫, 田中宏幸 : CAMP-ISIJ, **10** (1997), 109
- 5) 中西威博, 三宅俊也, 田井啓文, 三村毅 : CAMP-ISIJ, **10** (1997), 760
- 6) 高谷幸司, 宇治澤豊, 谷澤好徳 : CAMP-ISIJ, **10** (1997), 768
- 7) D.D.Gray and A.Giorgini : Int. J. Heat Mass Transfer, **19** (1976), 545
- 8) J.O.Hinze : Turbulence, 2nd ed. (1975), 460 [McGraw Hill]
- 9) P.G.Saffman and J.S.Turner : J.Fluid Mech., **1** (1956), 16
- 10) J.W.Deadroff : J.Fluid Mech., **41-2** (1970), 453
- 11) 谷澤好徳, 豊田守, 平田武行, 高谷幸司 : CAMP-ISIJ, **5** (1992), 1250
- 12) 木村和成他 : 住友金属, **48-2** (1996), 85
- 13) 樋口善彦, 城田良康, 尾花友之, 池永寛 : 材料とプロセス, **4-1** (1991), 266