

気液自由界面と固体粒子流れを伴う固気液三相流の数値解析モデル

Numerical Simulation Model of Gas-Liquid-Solid Flows with Gas-Liquid Free Surface and Solid Particles Flows

木原研吾*
Kengo KIHARA

岡田信宏
Nobuhiro OKADA

抄 錄

固気液三相流は工業プロセスで重要な現象である。このようなプロセスの数値計算の難点として、大規模な系ゆえ計算コストが高い点、分散および堆積固体粒子の流動が同時に生じる点、固体粒子と気液自由界面が混在する点が挙げられる。本研究では、連続体記述に基づく固気液三相流の数値計算モデルを構築した。本モデルでは、Volume-of-Fluid (VOF) 法と粉粒体流動モデルを組み合わせているため、気液自由界面と固体粒子流が混在する固気液三相流に適用可能である。また、粉粒体モデルを用いることで、分散や堆積した粒子の流動を同時に計算することが可能である。連続体記述に基づく本モデルは、DEM-VOF 法と比較して計算コストが低いという利点がある。本モデルの精度を検証するために、DEM-VOF 法や実験、理論式との比較計算を実施した。その結果から、本モデルが固気液三相流に妥当に適用できることが示された。

Abstract

Gas-liquid-solid flow is an important phenomenon in large-scale industrial processes. The difficulties in numerical simulations of these processes lie in the problems of the high calculation cost for a large-scale system, the simultaneous occurrence of dispersed and sedimented particle flows, and the coexistence of solid particles and a gas-liquid free surface. In this study, a numerical simulation model of gas-liquid-solid flows was developed based on the continuum description. The volume-of-fluid (VOF) method and granular flow model were coupled in the proposed model. As a result, the proposed model is applicable to gas-liquid-solid flows where a gas-liquid free surface and solid-particle flows coexist. In addition, the use of the granular flow model enabled simultaneous simulations of dispersed and sedimented particle flows. Based on the continuum description, the proposed model has the advantage of low calculation cost compared to the DEM-VOF method. To verify the model, the results of the numerical simulations were compared with the simulation results using the DEM-VOF method, experimental results, or theoretical relationships. These comparisons indicate that the proposed model is reasonably applicable to the gas-liquid-solid flows.

1. 緒 言

流体と固体粒子の混合相は工業プロセスにおいて頻繁に現れる。古くから流体中の粒子の運動について予測するための数値計算技術が多く開発されており、様々な工業プロセスに適用されている。例えば、希薄な分散粒子の運動に対しては、Discrete Phase Model (DPM) や連続体記述に基づく多流体モデルが広く用いられ^{1,2)}、粒子間の激しい衝突を伴う系に対しては、kinetic theory に基づいたモデルや

Discrete Element Method (DEM) がよく用いられている^{3,4)}。後者の DEM については固体粒子の堆積物の流れの計算にもよく使用されている⁵⁾。しかしながら、これらの数値計算では、流体相として気相または液相のどちらか一方のみを対象としていることが多く、気液自由界面を伴う固気液三相流の数値計算に関する報告は少ない。このような数値計算のためには、自由界面の計算手法、例えば Volume-of-Fluid (VOF) 法⁶⁾ やレベルセット法⁷⁾との連成が必要である。

DEM は分散および堆積粒子の両方を考慮した数値計算

* 先端技術研究所 数理科学研究部 主任研究員 千葉県富津市新富 20-1 〒293-8511

に比較的容易に適用できる。Sun and Sakai⁸⁾は、固気液三相流の数値計算のためにDEM-VOF法を提案している。彼らは、この手法を用いて固体粒子群の着水挙動や、堆積粒子を伴うダムブレイクの数値計算を行っている。しかしながら、DEMを用いた数値計算では、固体粒子の数が増えるにつれて計算コストが増加するため、空間的にも時間的にも大規模な工業プロセスの数値計算に適用するのはハーダルが高い。

連続体記述に基づく多流体モデルは、計算コストが粒子数に直接影響されないため、大規模システムの数値計算に非常に有効である。固体粒子間の衝突を考慮するためにはkinetic theoryに基づくモデルが適している⁹⁾。このモデルは、固気系、固液系の流動層における固体粒子の流れを計算するために古くから用いられている^{10, 11)}が、一般に、充填層中のレオロジーは考慮されていない。一方で、連続体記述を用いた充填粉粒体層の流れの数値計算モデルもいくつか提案されている^{12, 13)}。これらのモデルでは、Coulomb model や μ -I rheology¹⁴⁾などを用いて充填粉粒体層のレオロジーが考慮されているが、粉粒体の流動には非圧縮性が仮定されており、粒子群の分散は考慮されていない。

Lee et al.¹⁵⁾は、分散および充填粉粒体の流動を考慮した数値計算モデルを提案している。このモデルは、kinetic theoryと充填粉粒体内のenduring-contactに関するモデル式に基づいている^{16, 17)}。このモデルでは、応力テンソルがkineticな成分とenduring-contactな成分に分解され、kineticな応力テンソルにはkinetic theoryが、enduring-contactによるせん断応力にはCoulomb modelが用いられている。さらに、このモデルは連続体記述をベースとしているため、大規模な工業プロセスにも低計算コストで適用できることが期待される。本モデルを、自由界面を伴う固気液三相流に適用するためにはVOF法などの手法との連成技術が必要である。

本研究では、VOF法とLee et al.¹⁵⁾が報告した粉粒体モデルを用いて、固気液三相流の数値計算モデルを構築した。提案したモデルは、自由界面と固体粒子流が混在する系に適用可能である。モデルの精度検証のため、3つの系について数値計算を実施し、DEM-VOF法による数値計算、実験や理論式との比較を行った。1つ目の系は気液界面下の重固体粒子の粒状崩壊¹⁸⁾、2つ目の系は気液界面での軽固体粒子の粒状崩壊¹⁹⁾、3つ目の系は、軽固体粒子群の気液界面における浮遊および振動に関する系である。

2. 数値解析モデル

2.1 支配方程式

本モデルでは、非混合な気相と液相からなる連続流体相と固体粒子の分散相の混合相を対象とする。これらの流れ場を計算するために、気相、液相、固相に関する質量保存式と運動量保存式を計算する。

各相の物質微分が0、すなわち $D\rho_s/Dt=0$ を仮定すると、質量保存の式から、下記の体積保存の式が得られる。

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \nabla \cdot (f_s \mathbf{u}_s) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial f_l}{\partial t} + \nabla \cdot (f_l \mathbf{u}_l) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial f_g}{\partial t} + \nabla \cdot (f_g \mathbf{u}_g) = 0 \quad (3)$$

ここで、 t は時間、 \mathbf{u} は流速ベクトル、 f は体積率である。下付き添え字の s, l, g はそれぞれ固相、液相、気相を表す。計算セルにおいて液相と気相の流速が等しいと仮定すると、以下の連続の式が得られる。

$$\nabla \cdot (f_s \mathbf{u}_s) + \nabla \cdot (f_c \mathbf{u}_c) = 0 \quad (4)$$

ここで下付き添え字の c は連続相を表し、すなわち $f_c = f_l + f_g$ および $\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_l + \mathbf{u}_g$ である。

連続相の運動量保存式はNavier-Stokes方程式より与える。

$$\frac{\partial f_c \rho_c \mathbf{u}_c}{\partial t} + \nabla \cdot (f_c \rho_c \mathbf{u}_c \mathbf{u}_c) = -f_c \nabla P_c + \nabla \cdot (f_c (\mu_c + \mu_l) (\nabla \mathbf{u}_c + \nabla \mathbf{u}_c^T)) + f_c \rho_c \mathbf{g} + \beta_c (\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_c) \quad (5)$$

ここで、 ρ は密度、 μ は粘性係数、 \mathbf{g} は重力加速度ベクトル、 P は圧力、 μ_l は乱流粘性係数、 β は抗力係数である。連続相の密度および粘性係数は $f_c \rho_c = f_l \rho_l + f_g \rho_g$ および $f_c \mu_c = f_l \mu_l + f_g \mu_g$ で定義する。

分散相に関する運動量保存の式は以下の式で与える¹⁵⁾。

$$\frac{\partial f_s \rho_s \mathbf{u}_s}{\partial t} + \nabla \cdot (f_s \rho_s \mathbf{u}_s \mathbf{u}_s) = -f_s \nabla P_c - \nabla P_s + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}_s) + f_s \rho_s \mathbf{g} - \beta_c (\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_c) \quad (6)$$

ここで、 P_s 固体粒子の相互干渉で発生する圧力、 $\boldsymbol{\tau}_s$ は応力テンソルである。圧力 P_s および応力テンソル $\boldsymbol{\tau}_s$ はkineticな成分とenduring-contactな成分に分解され¹⁵⁾、すなわち $P_s = P_s^K + P_s^E$ および $\boldsymbol{\tau}_s = \boldsymbol{\tau}_s^K + \boldsymbol{\tau}_s^E$ である。上付き添え字 K, E はkinetic およびenduring-contact成分を意味する。固体粒子の運動は、式(6)右辺の圧力勾配項 $f_s \nabla P_c$ および抗力項 $\beta_c (\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_c)$ を通して周囲の流体から影響を受ける。

kinetic theoryに基づくと、固体粒子のfluctuating energy Θ_s に関する輸送方程式が以下の式で与えられる²⁰⁾。

$$\frac{3}{2} \left[\frac{\partial f_s \rho_s \Theta_s}{\partial t} + \nabla \cdot (f_s \rho_s \mathbf{u}_s \Theta_s) \right] = 2 \boldsymbol{\tau}_s^K : \mathbf{S}_s + \nabla (\kappa_s^K \nabla \Theta_s) - \gamma_s^K - 3 \beta_c \Theta_s \quad (7)$$

ここで、 Θ_s は固体粒子のfluctuating energy、 κ_s^K は伝導率、 γ_s^K は衝突によるエネルギー散逸、 \mathbf{S} はひずみ速度テンソルを表す。 Θ_s は2.2節で述べるように、kinetic pressure P_s^K とkinetic shear stress $\boldsymbol{\tau}_s^K$ の計算に用いられる。

次の節で $\beta_c, \mu_l, P_s^K, \boldsymbol{\tau}_s^K, P_s^E, \boldsymbol{\tau}_s^E, \kappa_s^K$ および γ_s^K の構成方程式に関して述べる。

2.2 構成方程式

式(5)–(7)における抗力係数 β_c は固液、気液間の成分に分解し、すなわち $\beta_c = (f_l/f_c)\beta_l + (f_g/f_c)\beta_g$ とする。それぞれの

抗力係数は以下の式より与える²⁰⁾。

$$\beta_k = \begin{cases} 150 \frac{f_s^2 \mu_k}{f_c d_s^2} + 1.75 \frac{\rho_k f_s |\mathbf{u}_c - \mathbf{u}_s|}{d_s}, & f_c < 0.8 \\ \frac{3}{4} C_{D,k} \frac{f_c f_s \rho_k |\mathbf{u}_c - \mathbf{u}_s|}{d_s} f_c^{-2.65}, & f_c \geq 0.8 \end{cases} \quad (k=l \text{ or } g) \quad (8)$$

ここで、係数 C_D は以下の式より計算する²¹⁾。

$$C_{D,k} = 0.4 + \frac{24}{\text{Re}_{p,k}} + \frac{6}{1 + \sqrt{\text{Re}_{p,k}}} \quad (9)$$

ここで、 $\text{Re}_{p,k}$ は粒子レイノルズ数であり、 d_s を粒子径として、 $\text{Re}_{p,k} = \rho_k |\mathbf{u}_c - \mathbf{u}_s| d_s / \mu_k$ より与えられる。

連続相の乱流モデルとして、Large Eddy Simulation (LES)²²⁾ を用いる。乱流粘性係数 μ_t は下記の式より計算する。

$$\mu_t = \rho_c (C_s \Delta_{\text{cell}}^{1/3})^2 \sqrt{\frac{1}{2} |\mathbf{S}_c| \|\mathbf{S}_c\|} \quad (10)$$

ここで、係数 C_s の値は 0.18 とし、 Δ_{cell} 計算格子の体積である。

式(6)における圧力 P_s^K 、 P_s^E と応力テンソル τ_s^K 、 τ_s^E は以下の式より与えられる¹⁵⁾。

$$P_s^K = \rho_s f_s \Theta_s [1 + 2(1+e) f_s g_0] \quad (11)$$

$$P_s^E = P_s^{ES} + P_s^{EF} \quad (12)$$

$$P_s^{ES} = K f_s [\max(f_s - f_{s,\min}, 0)^\chi + 1 + \sin \left[\max \left(\frac{f_s - f_{s,\min}}{f_{s,\max} - f_{s,\min}}, 0 \right) \pi - \frac{\pi}{2} \right]] \quad (13)$$

$$P_s^{EF} = \max(P_s^D - P_s^K, 0) \quad (14)$$

$$P_s^D = \rho_s \Theta_s \left[9 \left(\frac{(1-e)\lambda^K}{\mu^K} \right) \left(\frac{a' f_s f_{s0}}{f_{s0} - f_s} \right)^{2/\delta} \right] \quad (15)$$

$$\tau_s^K = \left[f_s \left(\xi_s^K - \frac{2}{3} \mu_s^K \right) \nabla \cdot \mathbf{u}_s \right] \mathbf{I} + 2 f_s \mu_s^K \mathbf{S}_s \quad (16)$$

$$\tau_s^E = 2 P_s^E \eta^s \frac{1 - \exp(-n \|\mathbf{S}_s\|)}{2 \|\mathbf{S}_s\|} \mathbf{S}_s \quad (17)$$

ここで、 \mathbf{I} は単位テンソル、 $\|\mathbf{S}\| = \sqrt{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S} / 2}$ はテンソル \mathbf{S} の第二不变量、 g_0 は radial distribution function、 e は反発係数、 $f_{s,\min}$ は random loose packing fraction、 $f_{s,\max}$ は maximum solid fraction であり、 $\eta^s = \tan \theta^s$ は摩擦係数、 θ^s は内部静止摩擦角である。後述するように、粘性係数 μ_s^K および体積粘性係数 ξ_s^K は kinetic theory により与えられる。係数 K 、 χ 、 a' 、 δ 、 n および f_{s0} はモデルパラメータである。Lee et al.¹⁵⁾ はパラメータの影響を調査し、これらのパラメータの影響は θ^s の影響に比べて小さいことを示している。本モデルでは、彼らと同様に、 $K=10^8$ 、 $\chi=1.5$ 、 $a=0.28$ 、 $\delta=0.58$ 、 $n=10^5$ および $f_{s0}=0.6$ を用いた。弾性係数 e は以下の式より与える²³⁾。

$$e = e_0 - 2.85 \text{St}^{-1/2} \quad (18)$$

ここで、 e_0 はドライパーティクルの反発係数であり、 $\text{St} = \rho_s d_s \Theta_s / 18 \mu_c$ はストークス数である。radial distribution function g_0 は以下の式より計算する¹⁵⁾。

$$g_0 = \frac{1 - 7/16}{(1 - f_s/f_{s,\max})^2} \quad (19)$$

本モデルでは、kinetic theory における粘性係数 μ_s^K 、体積粘性係数 ξ_s^K 、伝導率 κ_s^K およびエネルギー散逸率 γ_s^K を以下の式により与える²⁰⁾。

$$\mu_s^K = \frac{4 \rho_s d_s f_s g_0 (1+e) \Theta_s^{1/2}}{5 \pi^{1/2}} \quad (20)$$

$$\xi_s^K = \frac{4 \rho_s d_s f_s g_0 (1+e) \Theta_s^{1/2}}{3 \pi^{1/2}} \quad (21)$$

$$\kappa_s^K = \frac{2 \rho_s d_s f_s g_0 (1+e) \Theta_s^{1/2}}{\pi^{1/2}} \quad (22)$$

$$\gamma_s^K = 3(1-e^2) f_s^2 \rho_s g_0 \Theta_s \left(\frac{4 \Theta_s^{1/2}}{d_s \pi^{1/2}} - \nabla \cdot \mathbf{u}_s \right) \quad (23)$$

3. 数値解析手法

いくつかの研究では、volume-of-fluid の方程式が質量保存の式から導出されている^{24,25)}。本モデルでは、式(2)、すなわち volume-of-liquid 方程式を用いて気液自由界面を計算する。VOF 法では、自由界面位置の捕捉手法、例えば、SLIC²⁶⁾、ドナー・アクセプター法⁶⁾、CICSAM²⁷⁾ などにより移流体積を算出する。図 1 に、本モデルで想定している計算セル内の気相、液相、固相を模式的に示すが、自由界面の位置は、液体の体積ではなく、液体が連続相を占める領域の体積で決められる。後者のセル内における体積率は $\alpha = f_l/f_c$ で与えられることから、式(2)は以下のように書き換えられる。

$$\frac{\partial f_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha f_c \mathbf{u}_c) = 0 \quad (24)$$

したがって、界面捕捉手法は、式(24)の対流項の α を対象とする必要がある。これは、液体の移流体積を、連続相の移流体積と連続相中の液体率に分解することを意味する。

各保存の式は有限体積法を用いて離散化した。式(1)、(5)–(7) の対流項には 1 次風上差分を用いた。式(24)の対流項に関しては、 α には CICSAM スキームを、 f_c には 1 次風上差分を適用した。式(5)–(7) の拡散項には 2 次中心差分を適用した。

表 1 に 4 章の数値計算に用いたパラメータと物性値を示す。本研究では、Lee et al.¹⁵⁾ の研究と同様に、random loose packing fraction $f_{s,\min}=0.57$ 、maximum solid fraction $f_{s,\max}=0.63$ を用いた。また、反発係数、摩擦係数、密度、粘度、粒子径は、各状況に応じて表 1 に示すように設定した。

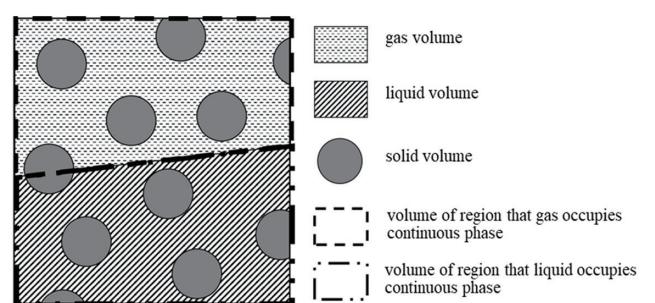


図 1 提案モデルにおける計算セル中の固気液相分布の模式図
Schematic of the gas, liquid, and solid phases in a computational cell assumed in the proposed model

表1 数値計算に用いたパラメータおよび物性値
Parameters and physical properties used for numerical simulations

Section	Gas-liquid-solid phase	$f_{s,\min}$ [-]	$f_{s,\min}$ [-]	e_0 [m ² /N]	η^s [-]	ρ [kg/m ³]	μ [kg/ms]	d_s [mm]
4.1	(gas) air	0.57	0.63	0.9	0.4	$\rho_g=1$	$\mu_g=10^{-5}$	0.8
	(liquid) water					$\rho_l=1000$	$\mu_l=10^{-3}$	
	(solid) glass beads					$\rho_s=2500$		
4.2	(gas) air	0.57	0.63	0.9	0.47	$\rho_g=1$	$\mu_g=10^{-5}$	3.2
	(liquid) fresh water (FW) or salt water (SW)					$\rho_l=\begin{cases} 998 \text{ (FW)} \\ 1180 \text{ (SW)} \end{cases}$	$\mu_l=10^{-3}$	
	(solid) polypropylene beads					$\rho_s=910$		
4.3	(gas) air	0.57	0.63	0.9	0.3	$\rho_g=1$	$\mu_g=10^{-5}$	2.0
	(liquid) water					$\rho_l=1000$	$\mu_l=10^{-3}$	
	(solid) various density particles					$\rho_s=200-800$		

4. 数値解析結果

4.1 重い粒子の水中の粒状崩壊

Shademan et al.¹⁸⁾は、実験とDEM-VOF法による数値計算により、水中の粒状崩壊について報告している。本節では、本モデルを用いた数値計算結果を、彼らの研究結果と比較した。

図2に数値計算のセットアップを模式的に示す。図2に示すように、水中粒状崩壊の2次元数値計算を実施した。摩擦係数、密度、粘性係数、粒子径は表1に示すように設定した¹⁸⁾。表2は、Case S1とCase S2として2ケースの条件を示している。初期長さ l_0 と高さ h_0 は、Case S1では $(l_0, h_0)=(0.0975, 0.049)$ 、Case S2では $(l_0, h_0)=(0.0575, 0.084)$ と設定した。粉粒体中の固相の初期体積率は0.57とした。また、粉粒体堆積を保持するゲートは実験と同じ1m/sの速度で垂直方向に取り除いた。境界面では、気体、液体、固体の流れに対してノンスリップ条件を用い、エネルギーの法線勾配はゼロとした。

図3は、本モデルとShademan et al.¹⁸⁾の報告とのスナッ

プショットの比較である。 τ_0 を特性時間 $\tau_0=\sqrt{h_0/|\mathbf{g}|}$ として、各無次元時間 $T=t/\tau_0$ での結果を示している。図中の黒線は $\alpha=0.5$ の等高線である。Shademanらの結果と比較するために、固相に関してカラー関数 $\phi=0-1$ を定義し、以下の輸送方程式を計算した。

$$\frac{\partial f_s \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (f_s \phi \mathbf{u}_s) = 0 \quad (25)$$

図3より、本モデルによる数値計算は、DEM-VOFによる数値計算や実験とよく一致する結果を示した。最終的な堆積物の形状は、初期のアスペクト比 h_0/l_0 が臨界値0.75以上か以下かによって決まる²⁸⁾。図3に示すように、粒状体は $T=10.0$ において、Case S1($h_0/l_0 < 0.75$)では台形の堆積物、Case S2($h_0/l_0 > 0.75$)では三角形の堆積物を形成し、従来知見と合致する。

図4は、本モデルとDEM-VOF法の崩壊距離の比較を示したものである。本計算では、左壁から $f_s=0.95f_{s,\min}$ の位置までの距離を崩壊距離 l として見積もった。計算結果は、初期粒状体長さ l_0 、高さ h_0 として、 $(l-l_0)/h_0$ で規格化した。図4に示すように、無次元化された崩壊距離の曲線はCase S1、S2でほぼ等しくなった。また、本モデルとDEM-VOF法による計算結果は非常によく合致し、本モデルの妥当性が確認できた。

初期粒状体が密な場合の粒状崩壊では、初期に粒状体内で負圧が発生することが知られている²⁹⁾。図5に、初期固相率が0.57のケース(疎充填)と0.61のケース(密充填)の粒状体底部の流体圧力の時間変化を示す。疎充填の場合、初期に粒状体が収縮するため、流体相は正圧を示すのに対し、密充填の場合、初期に充填層が膨張するため、流体相は負圧を示す。同様の現象はRondon et al.²⁹⁾の粘性流体中の粒状崩壊の実験でも観察されており、この結果からも、本モデルで固相充填相やそれに伴う周囲流体の挙動をよく再現できていることがわかる。

4.2 軽い粒子の水面上の粒状崩壊

Zheng et al.¹⁹⁾は、気液界面沿いの浮遊粉粒体流動に関する実験を行っている。彼らの実験では、4.1節で示した重

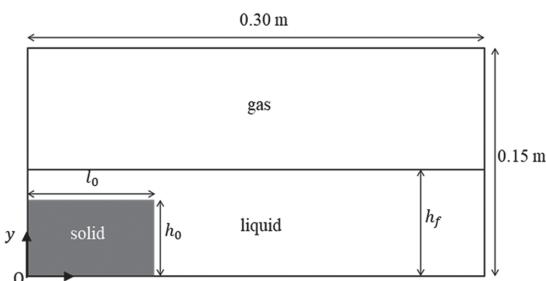


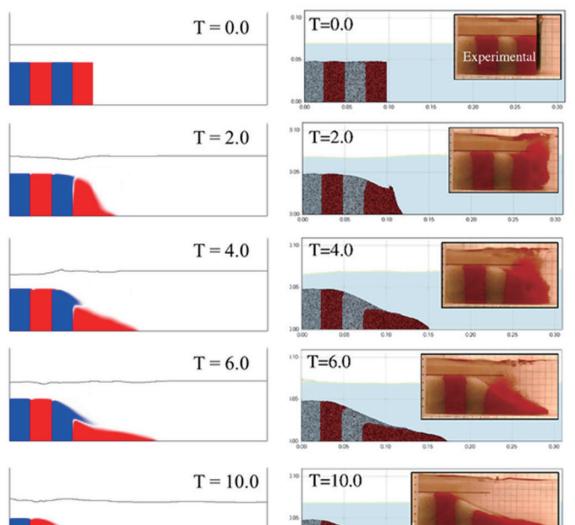
図2 水中の粒状崩壊の数値計算条件

Setup of numerical simulations for submerged granular collapse

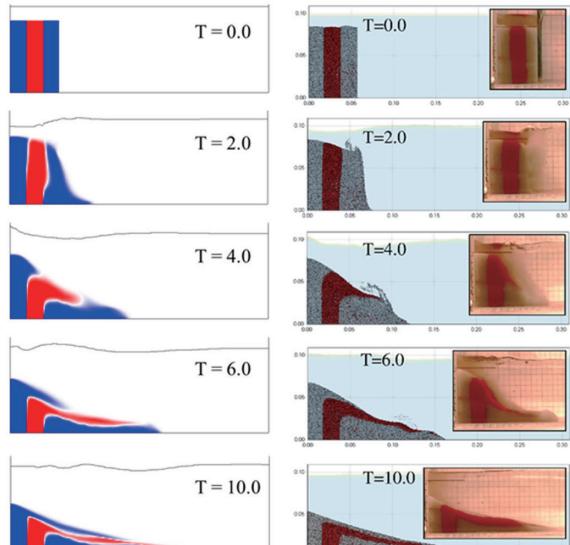
表2 水中粒状崩壊の計算条件

Conditions of numerical simulations for submerged granular collapse

	Column length, l_0	Column height, h_0	Water depth, h_f
Case S1	0.0975 m	0.049 m	0.07 m
Case S2	0.0575 m	0.084 m	0.10 m



(a) Initial column length $l_0 = 0.0975$ m and height $h_0 = 0.049$ m (case S1)



(b) Initial column length $l_0 = 0.0575$ m and height $h_0 = 0.084$ m (case S2)

図3 本モデルによる数値計算結果とDEM-VOF法による数値計算結果および実験結果とのスナップショット比較
Comparisons of the snap-shots between the proposed model simulations, the DEM-VOF simulations, and experiments by Shademan et al. (2021). Reproduced under the terms of the Creative Commons Attribution License (Shademan et al.¹⁸). Copyright 2021, MDPI.

い粒子の粒状崩壊とは異なり、固体密度が液体密度より小さいため、固体粒子は気液界面に浮遊することになる。本節では、本モデルを用いた数値計算と彼らの実験との比較を行った。

図6に、数値計算のセットアップを模式的に示す。図6に示すように、浮遊粒状崩壊の3次元数値計算を実施した。反発係数 e_0 は0.9とした³⁰。摩擦係数 η^s は0.47、すなわち静止内部摩擦角 $\theta^s = 25^\circ$ とした。密度および粒子の直径は、

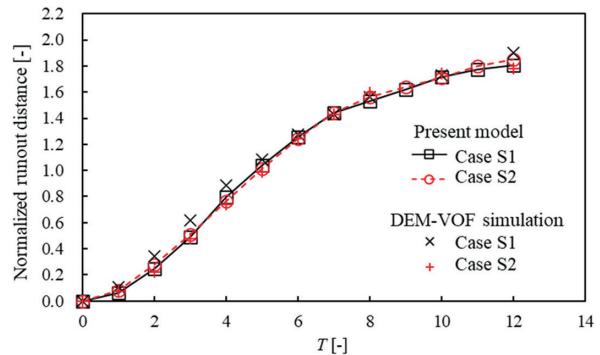


図4 本モデルによる数値計算結果とDEM-VOF法による数値計算結果との崩壊距離の比較

Comparisons of the runout distance between the proposed model simulations and the DEM-VOF simulations by Shademan et al. (2021)

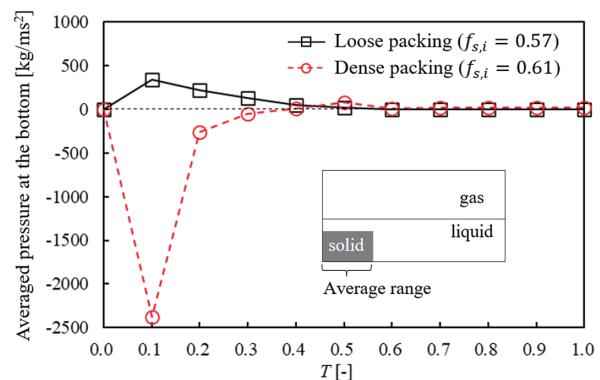


図5 粒状崩壊開始時の液相内圧力の時間変化
Time evolution of averaged pressure in liquid phase at the onset of the granular collapse

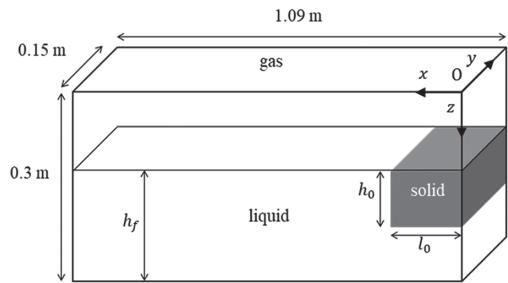


図6 浮遊粒状崩壊の数値計算条件
Setup of numerical simulations for floating granular collapse

表3 浮遊粒状崩壊の数値計算条件
Conditions of numerical simulations for floating granular collapse

	Liquid	Column length, l_0	Column height, h_0
Case SW	salt water	0.101 m	0.096 m
Case FW	fresh water	0.109 m	0.092 m

表1に示すように設定した¹⁹。また、気体および水の粘度は、それぞれ $\mu_g = 10^{-5}$ および $\mu_l = 10^{-3}$ を使用した。表3は、Case SW および FW として表記した2ケースの条件を示している。液相は Case SW では塩水、Case FW では淡水である。初期粒状体体積率は $f_{s0} = 0.57$ とした。文献 19) では

ゲートの開放速度は言及されていないため、数値計算ではゲートを無視した。境界面では、気体、液体、固体の流れに対してノンスリップ条件を用い、エネルギーの法線勾配はゼロとした。

図7に、固体粒子分布の計算結果を示す。図中の黒線は $\alpha=0.5$ の等高線を表している。図より、固体粒子は時間とともに気液面に沿って伝搬する。図7(b)より、崩壊初期には伝播先端の形状が滑らかであるが、最終段階では次第に粗くなっていくことがわかる。このような傾向は、Zhengらの実験でも観測されており、本計算結果は実験結果をよく再現した。

Zheng et al.¹⁹⁾は、崩壊距離 l が以下の式で近似できると報告している。

$$l = at^b \quad (26)$$

図8は、本モデルと実験との崩壊距離の比較である。ここで、実験結果は a と b の報告値¹⁹⁾を用いて描いた。数値計算では、右壁から $f_s=0.95f_{s,\min}$ の位置までの長さを崩壊距離として計算した。図8に示すように、本モデルによる数値計算結果は、Case SWにわずかな不一致は見られるものの、実験結果とよい一致を示している。Case SWとFWの違いは液体密度 ρ_l の違いに起因しており、固液相の比重差がより大きいCase SWの方がCase FWよりも伝播速度が速くなることがわかる。

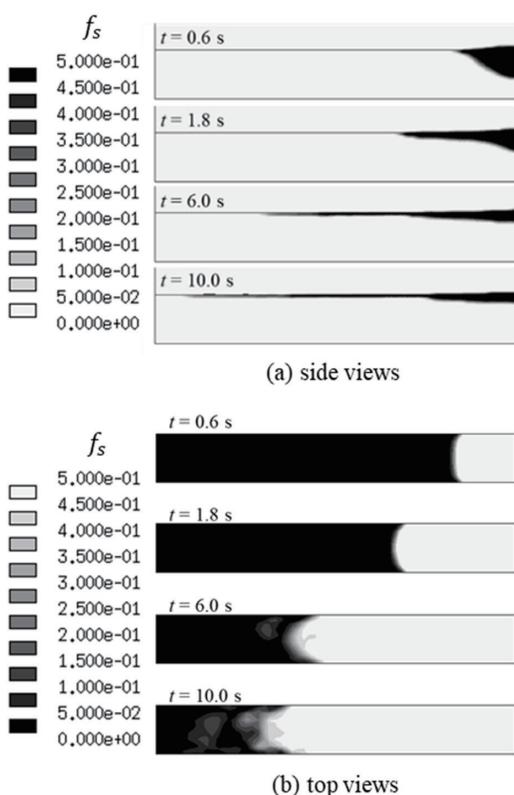


図7 計算結果のスナップショット (Case SW)
Snap-shots of the proposed model simulations of Case SW

4.3 軽い粒子の水面上の浮遊および振動

固体密度が液体密度より小さい場合、固体粒子は気液界面に浮遊する。図9は、軽固体粒子の充填層が気液界面に浮遊している様子を示したものである。力の釣り合いにより、全長 H に対する浸漬長 h の比は、 $h/H = \rho_s/\rho_l$ となる。また、充填層が平衡位置から垂直にずれると、流体との抗力がない場合は周期 $T_h = 2\pi\sqrt{\rho_s H/\rho_l |g|}$ の単振動を示す。本節では、本モデルによる数値計算が、これらの関係式 $h/H = \rho_s/\rho_l$ および $T_h = 2\pi\sqrt{\rho_s H/\rho_l |g|}$ を満たすことを確認する。

図10に、数値計算のセットアップを模式的に示す。図10の通り、固体の充填層を気液界面に自由落下させる2次元の数値計算を実施した。初期に気液界面上方に配置された固体粒子は、重力により界面に向かって落下して着水し、平衡位置を通過した後、界面付近で振動する。固体の密度は200から800まで変化させ、液体の密度は1000とした。反発係数 $e_0=0.9$ と摩擦係数 $\eta^s=0.3$ を用いた。固相の初期体積率は $f_{s,0}=0.5$ とした。境界面では、気体、液体、固体の流れに対してスリップ条件を用い、エネルギーの法線勾配はゼロとした。

固体粒子の重心のy座標は以下の式で算出した。

$$y_c = \frac{\sum f_{s,i} y_i}{\sum f_{s,i}} \quad (27)$$

ここで、添え字 i はセルインデックスを表し、 $f_s > 0.95f_{s,\min}$ のセルだけを総和に含める。次に、時間平均した固体粒子の中心位置 \bar{y}_c を算出した。ここで、時間平均幅は $t=3-6$ 秒

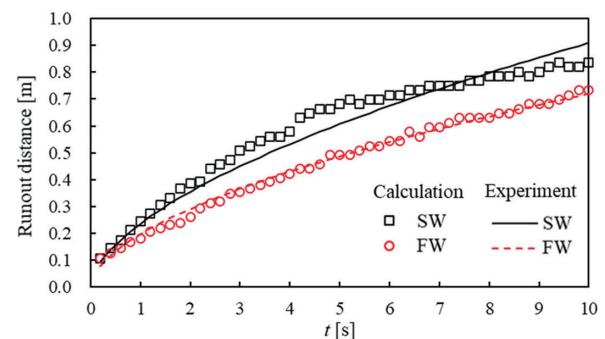


図8 数値計算結果と実験結果¹⁹⁾の崩壊距離の比較
Comparisons of the runout distance between simulations and experiments¹⁹⁾

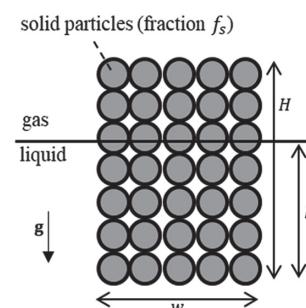


図9 気液自由界面における充填層浮遊の模式図
Illustration of floatation of blocked solid particles on a gas-liquid surface

とした。図 11 に、 $\rho_s/\rho_l=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ の場合の偏差 $y_c - \bar{y}_c$ の時間変化を示す。図より、固相重心には明瞭な振動的な挙動が現れ、振動の振幅と周期は密度比 ρ_s/ρ_l の増加とともに大きくなつた。

計算結果が $h/H = \rho_s/\rho_l$ の関係を満足することを確認するために、時間平均浸漬深さ \bar{h} と時間平均充填層の高さ \bar{H} を

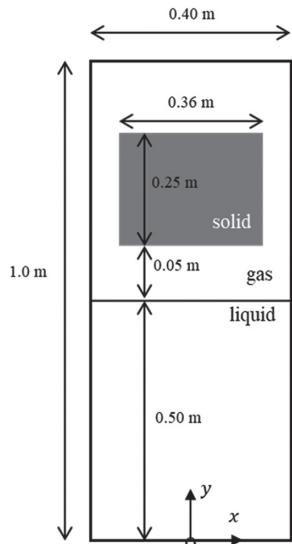


図 10 気液自由界面における充填層浮遊および振動に関する数値計算条件

Setup of numerical simulations for floatation and oscillation on a gas-liquid surface

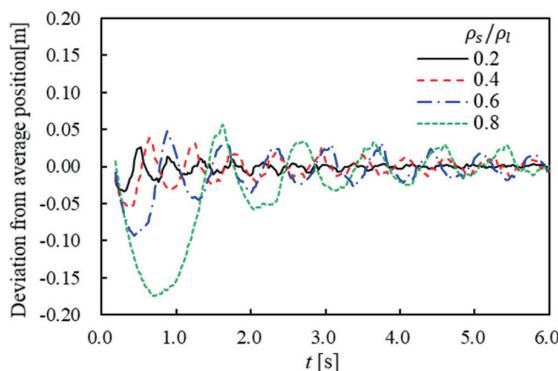
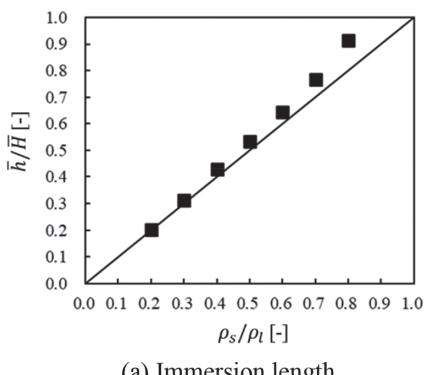


図 11 充填層の重心位置の時間変化
Time evolution of the center position of solid phase



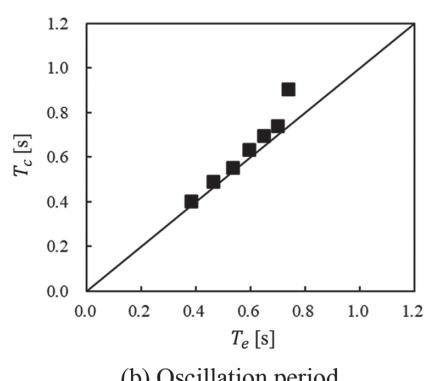
(a) Immersion length

算出した。充填層の高さは、 $f_s > 0.95 f_{s,\min}$ の領域の高さで定義した。また、気液界面の位置 y_i を $\alpha=0.5$ の位置と定義した。時間平均浸漬深さ \bar{h} は、 \bar{y}_i を時間平均界面位置として、 $\bar{h} = \bar{H}/2 + (\bar{y}_c - \bar{y}_i)$ で計算される。加えて計算結果が $T_h = 2\pi \sqrt{\rho_s H / \rho_l |g|}$ の関係を満足することを確認するために、時間平均高さ \bar{H} を用いて正しい周期を $T_e = 2\pi \sqrt{\rho_s \bar{H} / \rho_l |g|}$ として評価した。また、 $y_c - \bar{y}_c$ の時間変化の曲線から、固体振動の周期 T_e を推定した(図 11)。図 12(a)に計算値 \bar{h}/\bar{H} と密度比 ρ_s/ρ_l の比較、図 12(b)に T_c と T_e の比較結果を示す。図より、計算結果は理論的な予測値と概ね合致しており、本モデルにより固体粒子の浮遊、振動挙動を精度よく計算できることがわかる。密度比が大きい場合は計算値が理論的な予測値よりも大きくなっているが、これは、充填層が気液界面の下までオーバーシュートし、図 9 に想定した状況から逸脱したためである。

結論として、重力と浮力による固体粒子の浮遊と振動を、本モデルを用いて定量的に計算することができた。本モデルは、自由界面と固体粒子の運動が混在する状況にも適用可能である。粒子の運動を伴いつつも、液相が粒子の空隙を過不足なく占有するという妥当な液相の挙動は、3 章で述べた VOF 法とのカップリング法によるものであり、このカップリング方法が、本モデルにおいて重要な役割を担っている。

5. 結論

本研究では、連続体記述に基づく固気液三相流の数値計算モデルを構築した。流れ場は、固体粒子の分散相と、非混合な気相と液相からなる連続相に関して計算する。固相については、kinetic な効果と static な効果を考慮した粉粒体モデルを適用し、分散および堆積固体粒子の運動を同時に計算する。気相および液相については、VOF 法を用いて自由界面を計算した。VOF 法と粉粒体モデルのカップリングにより、自由界面と固体粒子の運動が混在するような固気液三相流の数値計算が可能となった。本モデルの妥当性を検証するために、以下の 3 つのケースについて数値計算



(b) Oscillation period

図 12 充填層の浸漬長さと振動周期に関する数値計算結果と理論解の比較

Comparisons of the simulation results with the theoretical relationships for the immersion length and oscillation period

および実験や理論解との比較を行い、本モデルが固気液三相流に十分に適用できることを確認した。

1つ目のケースは、重い固体粒子の粒状崩壊である。このケースでは、固相と気液界面との相互作用ではなく、液体プール内で粉粒体の流れが発生した。DEM-VOF法による計算と実験の文献との比較により、粒状崩壊の挙動と崩壊距離の時間変化についてよい一致が示された。

2つ目のケースは、軽い固体粒子の浮遊粒状崩壊である。このケースでは、固体粒子は気液界面に沿って流動する。本計算の結果は、既往研究の実験結果と同様の傾向を示し、両者の崩壊距離の時間変化はよく一致した。

3つ目のケースは、気液界面において軽い粒子の充填層が浮遊および振動する系である。このケースでは、固体粒子が重力と浮力によって気液界面付近で振動する。計算結果から得られた充填層の浸漬長さと振動周期は単振動の理論的な関係式を満足した。

参考文献

- 1) Lei, S., Zhang, J., Zhao, X., He, K.: Numerical simulation of molten steel flow and inclusions motion behavior in the solidification processes for continuous casting slab. *ISIJ Int.* 54, 94–102 (2014)
- 2) Raziye, S., Ataallah, S.G.: CFD simulation of an industrial hydrocyclone with Eulerian-Eulerian approach: A case study. *Int. J. Min. Sci. Technol.* 24, 643–648 (2014)
- 3) Xie, L., Luo, Z.H.: Modeling and simulation of the influences of particle-particle interactions on dense solid-liquid suspensions in stirred vessels. *Chem. Eng. Sci.* 176, 439–453 (2018)
- 4) Peng, Z., Galvin, K., Doroodchi, E.: Influence of inclined plates on flow characteristics of a liquid-solid fluidized bed: A CFD-DEM study. *Powder Technol.* 343, 170–184 (2019)
- 5) Wu, S., Kou, M., Xu, J., Guo, X., Du, K., Shen, W., Sun, J.: DEM simulation of particle size segregation behavior during charging into and discharging from a Paul-Wurth type hopper. *Chem. Eng. Sci.* 99, 314–323 (2013)
- 6) Hirt, C.W., Nichols, B.D.: Volume of fluid (VOF) for the dynamics of free boundaries. *J. Comput. Phys.* 39, 201–225 (1981)
- 7) Sussman, M., Smereka, P., Osher, S.: A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *J. Comput. Phys.* 114, 146–159 (1994)
- 8) Sun, X., Sakai, M.: Three-dimensional simulation of gas-solid-liquid flows using the DEM-VOF method. *Chem. Eng. Sci.* 134, 531–548 (2015)
- 9) Ding, J., Gidaspow, D.: A bubbling fluidization model using kinetic theory of granular flow. *AIChE J.* 36, 523–538 (1990)
- 10) Peirano, E., Delloume, V., Johnsson, F., Leckner, B., Simonin, O.: Numerical simulation of the fluid dynamics of a freely bubbling fluidized bed: influence of the air supply system. *Powder Technol.* 122, 69–82 (2002)
- 11) Lettieri, P., Felice, R.D., Pacciani, R., Owoyemi, O.: CFD modelling of liquid fluidized beds in slugging mode. *Powder Technol.* 167, 94–103 (2006)
- 12) Ouriemi, M., Aussillous, P., Guazzelli, E.: Sediment dynamics. Part 1. Bed-load transport by laminar shearing flows. *J. Fluid Mech.* 636, 295–319 (2009)
- 13) Lagrée, P.-Y., Staron, L., Popinet, S.: The granular column collapse as a continuum: validity of a two-dimensional Navier-Stokes model with a $\mu(I)$ -rheology. *J. Fluid Mech.* 686, 378–408 (2011)
- 14) GDR MiDi: On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E* 14, 341–365 (2004)
- 15) Lee, C.H., Huang, Z., Chiew, Y.M.: A three-dimensional continuum model incorporating static and kinetic effects for granular flows with applications to collapse of a two-dimensional granular column. *Phys. Fluids.* 27, 113303 (2015)
- 16) Hsu, T.J., Jenkins, J.T., Liu, P.L.-F.: On two-phase sediment transport: sheet flow of massive particles. *Proc. R. Soc. A* 460, 2223–2250 (2004)
- 17) Peyneau, P.-E., Roux, J.-N.: Frictionless bead packs have macroscopic friction, but no dilatancy. *Phys. Rev. E* 78, 011307 (2008)
- 18) Shademan, M., Blais, B., Shakibaenia, A.: CFD-DEM modeling of dense sub-aerial and submerged granular collapses. *Water.* 13, 2969 (2021)
- 19) Zheng, Z., Huppert, H.E., Vriend, N.M., Neufeld, J.A., Linden, P.F.: Flow of buoyant granular materials along a free surface. *J. Fluid Mech.* 848, 312–339 (2018)
- 20) Gidaspow, D., Bezburaah, R., Ding, J.: Hydrodynamics of circulating fluidized beds: kinetic theory approach. In: *Fluidization VII, Proceedings of the 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization*, 75–82 (1992)
- 21) White, F.M.: *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, New York, 1974, p.209
- 22) Deardorff, J.W.: A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* 41, 453–480 (1970)
- 23) Armanini, A., Larcher, M., Fraccarollo, L.: Intermittency of rheological regimes in uniform liquid-granular flows. *Phys. Rev. E* 79, 051306 (2009)
- 24) Wörner, M., Sabisch, W., Grötzbach, G., Cacuci, D.G.: Volume-averaged conservation equations for volume-of-fluid interface tracking. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Multiphase Flow*, New Orleans, Louisiana, USA (2001)
- 25) Yamamoto, T., Takatani, K.: Pressure-based unified solver for gas-liquid two-phase flows where compressible and incompressible flows coexist. *Int. J. Numer. Methods Fluids.* 88, 277–295 (2018)
- 26) Noh, W.F., Woodward, P.: SLIC (simple line interface calculation).

- In: Proceedings of the 5th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, June 28–July 2, 1976 Twente University, Enschede. Springer, 330–340 (1976)
- 27) Ubbink, O., Issa, R.I.: A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes. *J. Comput. Phys.* 153, 26–50 (1999)
- 28) Bougouin, A., Lacaze, L.: Granular collapse in a fluid: Different flow regimes for an initially dense-packing. *Phys. Rev. Fluids*. 3, 064305 (2018)
- 29) Rondon, L., Pouliquen, O., Aussillous, P.: Granular collapse in a fluid: Role of the initial volume fraction. *Phys. Fluids*. 23, 073301 (2011)
- 30) Kaneko, Y., Shiojima, T., Horio, M.: DEM simulation of fluidized beds for gas-phase olefin polymerization. *Chem. Eng. Sci.* 54, 5809–5821 (1999)



木原研吾 Kengo KIHARA
先端技術研究所 数理科学研究部
主任研究員
千葉県富津市新富20-1 〒293-8511



岡田信宏 Nobuhiro OKADA
先端技術研究所 数理科学研究部
室長（主席研究員）工学博士