

生産計画最適化問題への量子コンピュータ適用検討

An Application Study of Quantum Computers to Optimization of Production Planning

平野 弘二*
Koji HIRANO

David AMARO
David AMARO

Mattia FIORENTINI
Mattia FIORENTINI

世永 公輝
Kouki YONAGA

Nathan FITZPATRICK
Nathan FITZPATRICK

黒川 哲明
Tetsuaki KUROKAWA

大関 真之
Masayuki OHZEKI

Matthias ROSENKRANZ
Matthias ROSENKRANZ

小林 敬和
Hirokazu KOBAYASHI

抄 録

量子コンピュータが次世代の計算機として注目を集めている。日本製鉄(株)でも、物流・生産計画の最適化や量子化学計算において活用を検討している。本稿では、古典コンピュータで解くことが困難な複雑な生産最適化計算の一例として、複数工程一貫での生産計画最適化問題を取り上げ、簡単な例題を作成し、D-wave社の量子アニーリングマシンとIBM社のゲート型量子コンピュータで解いた結果について報告する。いずれのハードウェアもビット数やノイズ影響の制約があり、まだ量子ハードウェア単独で問題を解くには課題も大きい。古典コンピュータと組み合わせる方法を使った結果、最適解に到達できることを確認した。

Abstract

Quantum computers are attracting great attention as computers in the next generation. Nippon Steel Corporation is considering applying quantum computers to optimize logistics and production planning, and to conduct quantum chemical calculations. This article introduces an optimization of logistics and production planning, as an example of problems that classical computers cannot solve. A simplified problem is derived and solved with a quantum annealing machine by D-wave and gate-based quantum computers by IBM. Today's quantum hardware involves constraints on the number of qubits and influence of noise, which limits the scale of the problem reached by quantum hardware by themselves. We adopted methods where quantum hardware was combined with classical computers and confirmed that optimal solutions are obtained.

1. はじめに

近年、次世代の高速計算機として量子コンピュータが注目を集めている。古典的なデジタルコンピュータでは、各ビットは“0”または“1”の2つの状態のみを取りうるが、量子コンピュータでは量子力学が教えるところの状態の重ね合わせが許される。多数の状態を並列的に計算した上で、求めたい状態が最後に残るようなアルゴリズムを工夫することで計算の高速化を実現できる可能性がある。量子コンピュータは、組合せ最適化問題の他、量子化学計算、機械学習など多くの分野での活用が期待されている。量子ビットの構築方法としては、超伝導、イオントラップ、光、冷却原子などと、様々な種類があり、世界中で活発に開発

が推進されている。

量子コンピュータの方式としては大きく2つあり、汎用的な量子ゲート方式と、量子アニーリング方式である。量子ゲート方式は、現在の古典コンピュータで用いられている論理演算の量子版を組み合わせる形で計算を行うもので、汎用性がある。ただし、量子ビットは外系からのノイズに影響を受けやすく、ノイズに起因するエラーを訂正する機構を併せて実装する必要がある。このエラー訂正に必要なビット数まで含めると、実用レベルの量子コンピュータとするためには100万量子ビット程度必要になると指摘されている。一方で、現在実用化されているレベルは数百ビットである。そこで、足元のノイズがある中規模の量子コンピュータ (Noisy Intermediate-Scale Quantum; NISQ) を

* プロセス研究所 インテリジェントアルゴリズム研究センター 生産マネジメント研究室長 Ph.D. 千葉県富津市新富20-1 〒293-8511

工夫して用いることで、その優位性を確認しようとする動きが盛んである。一方で、量子アニーリング方式は、最小化すべき目的関数をイジングモデル(2つの状態をとる格子点から構成され、隣接する格子点間の相互作用のみを考慮するモデル)で記述できる組合せ最適化等の問題を解くに特化したデバイスである。金属工学の焼きなましにヒントを得た最適解探索手法として、焼きなまし法(シミュレーテッド・アニーリングとも呼ばれる)があるが、この量子版である^{2,3)}。量子ゲート方式のように汎用性はないが、量子ゲート方式よりもハード開発が先行し、足元カナダのD-wave社はゲート型量子コンピュータより1桁多いビット数(約5000量子ビット)を実現するなど、問題を限定すればより大きな問題を解く素地を備えている。またD-wave社の先駆的取り組みをきっかけとして、古典コンピュータでイジング形式の最適化問題を高速で解く技術開発も進められている^{4,7)}。

日本製鉄(株)では量子コンピュータを活用する領域として、生産計画・物流の最適化及び量子化学計算を検討している。生産計画・物流の最適化について、鉄鋼業は、数種類の原料から、非常に多くの製品を作り分けていくブレイクダウン型の製造方式に特徴があり、各工程でグルーピングや処理順など生産計画の最適化が重要になる⁸⁾。また、高炉からめっきまで幾多の工程を経て製造されることから、製鉄所内での中間製品の運搬、製鉄所から顧客に至る製品の運搬など物流の最適化も重要である。これらの最適化は、最適化対象の要素が増えると、とりうる場合の数が飛躍的に増加してしまい、途方もない計算時間がかかるという、所謂組合せ爆発を伴う問題である。とはいえ種々の工夫により、製鉄所内の生産計画の最適化については、単一工程での最適化計算は概ね実用レベルまで来ている⁸⁾。しかし複数工程に跨る場合の生産計画は、最新の古典コンピュータでも歯が立たないことが多く、量子コンピュータへの期待が大きい。本稿では、2工程の生産計画最適化問題を題

材として、量子アニーリング方式、量子ゲート方式、両手法で求解を試みた結果について報告する。以下、第2章では問題設定について説明し、第3章では量子アニーリング方式での結果、第4章では量子ゲート方式での結果をそれぞれ述べ、第5章にて総括する。

量子化学計算について本稿では詳しく触れないが、日本製鉄では、鋼の中でのマイクロ析出物の振舞いや原子間相互作用等マクロな製品の特性を支配する原理・原則の究明^{9,10)}の他、例えばCO₂の分離回収¹¹⁾など、製鉄に関連するプロセスでの反応機能解明や分子設計などに第一原理計算を適用してきており、量子コンピュータには計算精度向上などを期待している。鉄を含む系の電子状態計算に対する量子コンピュータ適用のトライアルとして、古典コンピュータを用いた手法では限界のある鉄のbcc, fcc構造のエネルギー計算を実行した¹²⁾。2量子ビットで近似した系ではあるが、ノイズ影響を低減する手法も併せて用いた結果、ゲート型量子コンピュータ実機による計算結果は古典コンピュータの計算結果に良い精度で一致することを確認している。

2. 2工程にわたる生産計画最適化問題の概要

鉄鋼業の生産は多工程にわたるが、図1に示すように、下流工程へ進むにつれ半製品が分化していくブレイクダウン型の生産構造を特徴とする。例えば上流の製鋼工程では単位処理量は300トンのオーダーである一方で、下流の表面処理工程での単位処理量は10トンのオーダーである。従って、日本製鉄のように少量多品種生産の場合、上流工程での1処理バッチには、下流工程で分化する異なる半製品や製品を含むことになる。それぞれの工程間で半製品や製品のこのようなグルーピングは最適化されなければならない。この最適化問題は複数の制約下で解かれる。例えば、大きく異なる処理や仕様(化学成分、幅、厚みなど)を持つ2つの製品または半製品はグルーピングすることができ

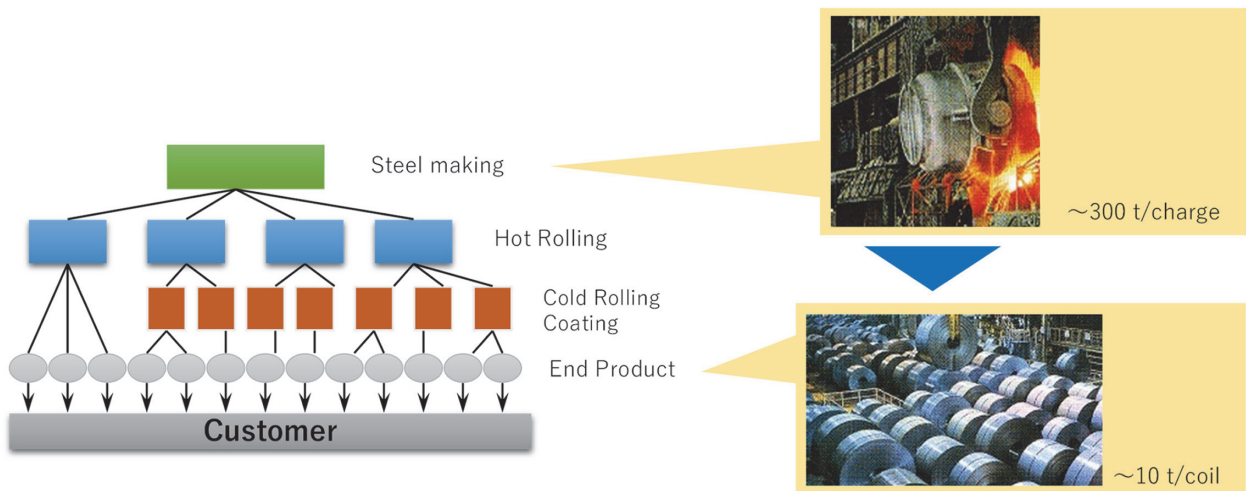


図1 鉄鋼の生産構造の特徴：ブレイクダウン型構造
Features of steel production structure: break down structure

ないが、似た処理を受ける2つの製品または半製品をグルーピングすることは、品質、生産性、製造コストの観点から望ましい。しかしながら、グルーピングし過ぎることは、処理が似た他の製品が一定数溜まるのを待つことを意味するので、在庫の蓄積、納期遅延に繋がる可能性がある。このようなグルーピングと納期遵守との間にあるトレードオフの最適化は、1工程内ですら難しいところ、2工程以上の複数工程となると更に問題の難度が上がるため、量子コンピュータ等の新しい技術が求められている。

そこで今回、2工程にわたる生産計画最適化問題の例題を作成し、量子コンピュータで解くことを試みた。その概要、前提は以下の通りで、一般的にはジョブショップスケジューリング問題の類型に属するものである(表1)。

- (1) N 個の製品が工程1, 工程2の順に処理される。
- (2) 処理にかかる時間は全ての製品, 両方の工程で全て同じとする。時間をこの処理時間で規格化すると、問題は N 個の製品を工程1, 工程2それぞれに準備された時間スロットへ配置する問題と捉えられる。
- (3) 工程1から工程2への処理時間は無視する。
- (4) ある製品が時刻 k に工程1で処理される場合、その製品を工程2で処理できるのは時刻 k もしくはその後とする。
- (5) 生産性を考慮し、工程1でも工程2でも、 N 個の製品は間に休み時間を挟むことなく連続して処理されるとする。
- (6) 一般性を失うことなく、工程1は時刻1(最初の時間スロット)から処理を始めるとしてよい。一方で工程2はより遅い時刻から処理を始めてもよい。そこで $(N+\Delta)$ 個の時間スロットを準備する。2工程の処理時間差 Δ をどれくらい大きさに設定すべきかは、各製品に紐づく納期から決まる。
- (7) 全ての製品に対し、納期と、工程1における属性、工程2における属性、が定義される。属性とは、成分、形状、製造条件等、前後製品を連続処理する際の相性を表す種類を意味する。属性が異なる製品が連続して処理される場合、属性を変えるためのコストが加算される。
- (8) この問題の目標は、各工程で同じ属性の製品をまとめて製造したい一方で、納期を守りたい、とのトレードオフの関係にある要素を考慮しながら、最適な製品処理順を決定することである。

3. 量子アニーリングマシンを用いた求解¹³⁾

製品数 $N=5,8$ との2つの問題を準備し、超伝導量子ビットを搭載した D-wave 社製量子アニーリングマシン(型式: 2000Q™¹⁴⁾)による求解を試みた。量子アニーリングでは、古典コンピュータを用いた焼きなまし法と同様に、探索の初期は大胆な探索を(温度が高いことに相当)、探索の後期では最小エネルギーの最適解を追求する(温度が低いことに相当)。現状の技術レベルでは外系からのノイズによる影響が大きいため、常に最適解に到達できるというわけではなく、多様な近似解を確率的に生成するサンプラー¹⁵⁾として捉えた方がよい。

D-wave 社製 2000Q™ では、約 2000 個の物理的なビットがキメラグラフ構造で実装されている。1つの物理ビットと直接的に結合できる物理ビットの数は6個と限りがあるため、本研究で取り扱うような、ある決定変数が他のほぼ全ての決定変数と相互作用を持つような問題を解くためには、結合数を増やすために、冗長な物理ビットが必要になる。 M 個の決定変数に対し、必要となるビット数が、 M^2 のオーダーで増加してしまう。

決定変数を少しでも減らすためにまず、量子アニーリング計算の間は両工程での処理時間差 Δ は固定し最適解を求め、その外側のループで Δ を変えながら最適解を探索する方針とした。

詳細は論文¹³⁾に譲るが、量子アニーリングマシンで計算できる形である QUBO 形式(Quadratic Unconstrained Binary Optimization)で表現すると、目的関数は式(1)となる。

$$E(\mathbf{x}) = \sum_{p=1}^2 Cost_p(\mathbf{x}_p) + \rho \sum_{p=1}^2 Penalty_p(\mathbf{x}_p) + \rho' \sum_{i=1}^N \sum_{s,s'=1}^N \Theta(s - (s' + \Delta)) x_{1,i,s} x_{2,i,s'} \quad (1)$$

決定変数は $x_{p,i,s}$ で、工程 p ($p=1,2$) にて、製品 i ($i=1,2,\dots,N$) が s 番目 ($s=1,2,\dots,N$) に処理される場合に1, 処理されない場合に0を取る。第1項はコストであり、属性が変化する場合のコストと、納期が丁度にならない場合のコストが含まれる。第2項は工程1, 工程2, 各工程内でのペナルティ, 第3項は工程2が工程1より前に処理される場合に課される工程間ペナルティを表す。

今回作成した問題の場合、2工程の処理時間差 Δ を固定したことにより、 $N=5$ の問題は求解できるようになったものの、 $N=8$ の問題については D-wave 2000Q™ では依然として解けない。そこで更なる変数削減の手法として、ラグランジュ分解調整法(Lagrangian Decomposition and Coordination; 以下、

表1 2工程生産計画最適化問題の処理可能時間スロット(灰色部)¹³⁾
Available time slots (gray colored) in optimization of two-process production planning problem¹³⁾

k	1	2	3	4	5	...	N	$N+1$...	$N+\Delta$
Process 1										
Process 2										

LDC^{16,17)}の適用により元問題を規模の小さな問題に分割して解くこととした。具体的には、以下の式(2)のように、工程間の処理順に関する不等式制約に対し、ラグランジュ未定乗数 λ_i を導入した上で、式(3a)、(3b)のように、工程1と工程2に目的関数を分割した。

$$E_{LDC}(\mathbf{x}) = Cost(\mathbf{x}) + \rho \sum_{p=1}^2 Penalty_p(\mathbf{x}_p) + \sum_{i=1}^N \lambda_i(t_{1,i} - t_{2,i}). \quad (2)$$

$$E_1(\mathbf{x}_1) = Cost_1(\mathbf{x}_1) + \rho Penalty_1(\mathbf{x}_1) + \sum_{i=1}^N \lambda_i t_{1,i}, \quad (3a)$$

$$E_2(\mathbf{x}_2) = Cost_2(\mathbf{x}_2) + \rho Penalty_2(\mathbf{x}_2) - \sum_{i=1}^N \lambda_i t_{2,i}. \quad (3b)$$

元の QUBO モデルであれば、製品数 N に対し必要な変数の数は $2N^2$ であったが (Δ は固定の前提)、問題分割により N^2 へと削減される。本研究では工程数 2 であるが、より一般的に、工程数 N_p の場合、必要な変数の数は、 $N_p \times N^2$ から N^2 へと削減される。

LDC により工程毎の問題に分割した際の処理アルゴリズムを図 2 に示す。量子アニーリングマシンが担うのは、両工程に分割された問題を解くところ (図 2 の太線囲み部) だけで、その他は古典コンピュータが担うハイブリッド方式である。アルゴリズムは LDC で一般的に用いられるものであるが、実行可能解の計算に量子アニーリングの特性を活かした工夫を入れた。通常の LDC では、実行可能解を得る際、制約違反を起こす制約式に対応するラグランジュ未定乗数に着目しつつヒューリスティックな手法で探索を行う。一方、本研究では、現状の量子アニーリングマシンは多様な近似解を確率的に生成するサンプラーという、最適解探索マシンとしては未熟な点を逆手に取って、工程 1、工程 2 それぞれに対し 1000 個ずつ吐き出された解候補の中の、各工程内で目的関数が低くなる解候補同士から組合せを試みることで、より良い実行可能解を探す方法を採用した。

以上の手法を $N=5, 8$ それぞれの問題に適用した。結果を表 2、3 にそれぞれ示す (実験繰り返し数 5 回の平均値)。 $N=5$ については LDC を用いず、D-wave 2000QTM 単体でそのまま解いた場合の結果も比較として示している。本問題では納期と属性変更がトレードオフとなるが、それらコ

ストに対する重みのバランスを 3 種類変えている ($w_g=4, 10, 100$; w_g が大きくなるほど属性変更する際のコストが上がる)。表 2、3 中の Error は、求めたエネルギーの最適値 (古典コンピュータで解いたもの) に対する相対誤差である。LDC では $N=5$ のみならず、D-wave 2000QTM 単体では解けない $N=8$ を含め、全ての条件で最適解に到達した。D-wave 2000QTM 単体でも $w_g=4$ を除き全ての試行で最適解に到達した。表 2、3 には計算時間の結果も示す。 t_{LDC} は LDC でかかる全計算時間である。 t_{cloud} はクラウド計算時間で、クラウドとの通信時間、量子アニーリング他の D-wave 2000QTM に関わる時間を含む。 t_{unemb} は unembedding*1 にか

*1 QUBO 形式の問題を、変数間相互作用が多いことに対応して必要となる冗長な物理ビットも含めて、カメラ構造にマッピングする処理である embedding の逆操作に対応し、量子アニーリングの結果を元の QUBO 形式に変換する処理である。

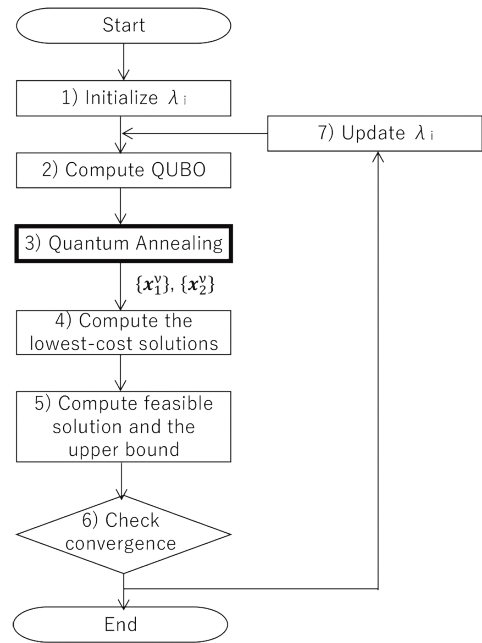


図 2 ラグランジュ分解調整による求解アルゴリズム (太枠部を量子アニーリングマシンが担う)

Algorithm based on Lagrangian decomposition and coordination (The bold frame represents the part calculated by quantum annealing.)

表 2 製品数 5 の問題に対する相対誤差と計算時間の平均値¹³⁾
Average relative error and computation times in five-product problem¹³⁾

	$w_g = 4$				$w_g = 10$				$w_g = 100$			
	Error	t_{cloud}	t_{unemb}	t_{LDC}	Error	t_{cloud}	t_{unemb}	t_{LDC}	Error	t_{cloud}	t_{unemb}	t_{LDC}
Hybrid LDC	0.0	17.05	4.38	25.45	0.0	18.32	4.17	26.45	0.0	16.89	4.17	25.07
D-Wave 2000Q	0.07	1.74	0.49	—	0.0	2.32	0.49	—	0.0	2.24	0.49	—

表 3 製品数 8 の問題に対する相対誤差と計算時間の平均値¹³⁾
Average relative error and computation times in eight-product problem¹³⁾

	$w_g = 4$				$w_g = 10$				$w_g = 100$			
	Error	t_{cloud}	t_{unemb}	t_{LDC}	Error	t_{cloud}	t_{unemb}	t_{LDC}	Error	t_{cloud}	t_{unemb}	t_{LDC}
Hybrid LDC	0.0	25.60	13.71	50.90	0.0	47.67	27.07	97.65	0.0	24.79	13.97	50.23
D-Wave 2000Q	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

かる時間である。LDCは図2に示す通り、ラグランジュ未定乗数更新に伴うループ構造を持ち、何度もD-wave 2000Q™を用いるため、計算時間は長くなる。

本研究は2020年頃に実施され、当時の最新機種D-wave 2000Q™を用いて実行された。現在はD-waveの新機種Advantage™が出ており¹⁸⁾、量子ビット数は約5000ビットとなり、1つの物理ビットと直接的に結合できる物理ビットの数は15個になっている。とはいえ、本研究で取り扱う問題のように、製品数 N に対し決定変数の数がその2乗でスケールするような問題に対しては、分割による問題規模の低減は依然として重要である。

4. ゲート型量子コンピュータを用いた求解¹⁹⁾

現在のノイズがある中規模の量子コンピュータ(Noisy Intermediate-Scale Quantum; NISQ)にて量子コンピュータの有効性を実証していくにあたっては、量子ビットが少ない上、ノイズによるエラーの影響が大きいため、量子性を維持したまま計算を終わらせるためには、量子回路の大きさ(深さ)を可能な限り短くする必要がある。この課題に対応した手段として、提案されているのが、変分量子アルゴリズム(Variational Quantum Algorithm; VQA)²⁰⁾である。これは、図3に示すように、量子回路をパラメータで表現しておき、エネルギー最小化を目的関数として、そのパラメータを最適化することで、所望の量子状態を生成するものである。VQAは本研究のような組合せ最適化問題のみならず、量子化学計算、機械学習をはじめ、様々な応用に対し実行できる。

第2章で述べた2工程にわたる生産計画最適化の例題に対し、IBM社製超伝導型量子コンピュータを用いて、4つの異なるVQAを比較した。4つの方法とは、Quantum Approximate Optimization Algorithm(QAOA)²¹⁾、Variational Quantum Eigensolver(VQE)²²⁾、Variational Quantum Imaginary Time Evolution(VarQITE)²³⁾、Filtering Variational Quantum Eigensolver(F-VQE)²⁴⁾、である。

QAOAは、量子アニーリングと同じく量子断熱計算に基づいており、複数工程計画最適化問題のエネルギー表式(ハ

ミルトニアン)を量子回路に反映させた形で解くが、VQEと比較すると回路が深くなってしまいう傾向にある。VQEは、上述のVQAをシンプルに実行する方法であるが、量子回路を表現するパラメータにハミルトニアンは考慮されておらず、最適な組合せの探索がパラメータ探索を行う古典コンピュータに帰せられてしまう。VarQITEでは、VQEをベースに、状態をシュレディンガー方程式に従って虚数時間で発展させて基底状態を得るImaginary time evolutionのスキームに沿って、パラメータを更新する。F-VQEは、量子回路を作用させて求めた状態に対し、エネルギーの高い状態成分を減らし、基底状態の成分を増やすためのフィルターを作用させることで、速く安定的に収束させることを狙う。

2工程生産計画最適化問題は製品数 $N=20$ にて作成した。時間差を固定しても、 $2 \times 20^2 = 800$ ほどの変数が必要になるが、現状の量子ビット数が限られノイズも多いハードウェアでは扱えないため、 $N=20$ の問題に対し予め古典コンピュータで最適解を求めたのち、一部の変数の正解が判っていないものとして、それらを最適化で求めることができるかを調査した。

まず5変数を最適化する設定の実験により、上述の4つのVQA手法を比較したところ、F-VQEが収束が速く、最適解をサンプリングできる確率も高いことが判った。次に、このF-VQEを用い、問題規模を大きくして(正解が判っていないものとする変数の数を増やすことで)、スケールを調査した。図4に、パラメータ更新数に対するエネルギー及び正解をサンプリングする確率の推移を、それぞれの問題規模について示す。エネルギーはいずれの場合も最適解に対応した最小値に近づき、そこでの正解をサンプリングする確率は、問題規模が10変数の場合80%、12変数の場合70%、16変数の場合60%、23変数の場合25%、である。現状の古典コンピュータ能力を考えると、23変数はまだまだ小規模で25%というサンプリング確率もそこまで高くないが、ハードウェアにノイズやエラーのある中でも、²³⁾もの大きさの探索空間の中から最適解を有意なオーダーのサンプリング確率で求められることが判った。

5. まとめ

本稿では、日本製鉄内に存在する数多くの複雑な生産・物流計画の最適化課題の中でも、量子コンピュータの活用によるブレークスルーを期待する問題として、複数工程に跨る生産計画最適化問題を取り上げ、量子アニーリングマシン、ゲート型量子コンピュータのそれぞれで解くことを試みた。いずれのタイプのマシンでも、現状では有効に活用できるビット数の制約やノイズ影響の課題があるため、古典コンピュータとのハイブリッド手法として、前者に対してはラグランジュ分解調整法を、後者に対してはVQAを、それぞれ適用した。結果として、いずれの場合も最適解に

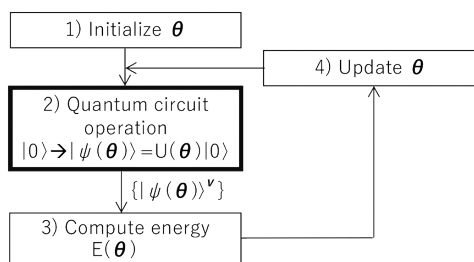


図3 変分量子アルゴリズム (VQA) の概略 (太枠部を量子コンピュータが担う)

Overview of variational quantum algorithm (The bold frame represents the part calculated by a quantum computer.)

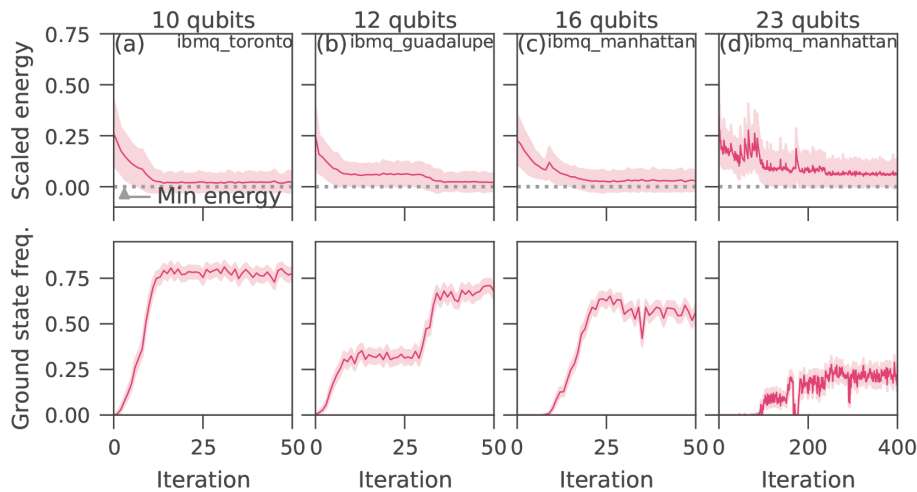


図4 各問題規模に対する最大のエネルギー固有値で規格化したエネルギー（上段）と基底状態をサンプリングする確率（下段）¹⁹⁾
エラー幅は標準偏差（上段）と95%の予測幅（下段）

Energy rescaled with the maximum energy eigenvalue (top panels) and ground state frequency (bottom panels) for each number of qubits freed¹⁹⁾. Error bands are the standard deviation and 95% confidence interval for the top and bottom panels, respectively.

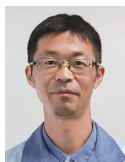
到達できることを確認した。量子コンピュータの開発は国内外で鋭意進められているところである。今後のハードウェアの発展により、より大規模な問題が解けるようになり、古典コンピュータでは実現しえない最適化問題への適用が進められることを期待している。

※本稿の一部は、クリエイティブ・コモンズ・ライセンス（表示4.0国際）^{*2}に従う、D. Amaro, M. Rosenkranz, N. Fitzpatrick, K. Hirano, M. Fiorentini 著, “A case study of variational quantum algorithms for a job shop scheduling problem”, EPJ Quantum Technol. 9, 5 (2022) を翻訳、改変し、作成された。

参考文献

- 1) 武田俊太郎：量子コンピュータが本当にわかる！. 東京, 技術評論社, 2020, 288p
- 2) Kadowaki, T., Nishimori, H.: Phys. Rev. E. 58, 5355 (1998)
- 3) 西森秀稔, 大関真之：量子アニーリングの基礎. 東京, 共立出版, 2018, 160p
- 4) Inagaki, T. et al.: Science. 354 (6312), 603-606 (2016)
- 5) Yamaoka, M. et al.: IEEE J. Solid-State Circuits. 51 (1), 303-309 (2016)
- 6) Aramon, M. et al.: Front. Phys. 7, 48 (2019)
- 7) Goto, H. et al.: Science Advances. 7 (6), eabe79 (2021)
- 8) 中川義明, 関戸雅司：日本製鉄技報. (411), 10-15 (2018)
- 9) 澤田英明：ふえらむ. 24 (11), 702-709 (2019)
- 10) 澤田英明 ほか：日本製鉄技報. (410), 16-23 (2018)
- 11) 松崎洋市：日本製鉄技報. (417), 30-37 (2021)
- 12) Yamamoto, K. et al.: Phys. Rev. Research. 4, 033110 (2022)
- 13) Yonaga, K. et al.: ISIJ Int. 62 (9), 1874-1880 (2022)
- 14) https://dwavejapan.com/app/uploads/2019/12/09-1076A-T_J_GettingStarted.pdf
- 15) Benedetti, M.: Phys. Rev. A. 94 (2), 022308 (2016)
- 16) Geoffrion, A. M.: Approaches to Integer Programming (Mathematical Programming Studies Vol. 2), ed. by Balinski, M. L., Berlin-Heidelberg, Springer, 1974, pp.82-114. <https://doi.org/10.1007/BFb0120690>
- 17) Fisher, M. L.: Manage. Sci. 27 (1), 1 (1981) <https://doi.org/10.1287/mnsc.27.1.1>
- 18) https://www.dwavesys.com/media/m2xbmlhs/14-1048a-a_d-wave_hybrid_solver_service_plus_advantage_technology_update.pdf
- 19) Amaro, D. et al.: EPJ Quantum Technology. 9, 5 (2022)
- 20) Cerezo, M. et al.: Nature Reviews Physics. 3, 625-644 (2021)
- 21) Farhi, E. et al.: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1411.4028> (2014)
- 22) Peruzzo, A. et al.: Nat Commun. 5 (1), 4213 (2014)
- 23) McArdle, S. et al.: npj Quantum Inf. 5 (1), 75 (2019)
- 24) Amaro, D. et al.: Quantum Sci Technol. 7 (1), 015021 (2022)

*2 <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



平野弘二 Koji HIRANO
プロセス研究所
インテリジェントアルゴリズム研究センター
生産マネジメント研究室長 Ph.D.
千葉県富津市新富20-1 〒293-8511



Matthias ROSENKRANZ
Quantinum, Head of Quantum Machine Learning



世永公輝 Kouki YONAGA
国立研究開発法人 情報通信研究機構
研究員 博士(理学)



Mattia FIORENTINI
Former Head of Machine Learning and Quantum Algorithms



大関真之 Masayuki OHZEKI
東北大学 大学院情報科学研究科 教授
博士(理学), 東京工業大学 国際先端研究機
構量子コンピューティング研究拠点 教授,
(株)シグマイ 代表取締役



黒川哲明 Tetsuaki KUROKAWA
日鉄テックスエンジニア(株)
電計事業本部 システムソリューション事業部
CX推進部 オペレーションズリサーチグループ
マネジャー



David AMARO
Quantinum, Senior Research Scientist



小林敬和 Hirokazu KOBAYASHI
プロセス研究所
インテリジェントアルゴリズム研究センター
生産マネジメント研究室 研究第一課長
博士(システム情報学)



Nathan FITZPATRICK
Quantinum, Senior Research Scientist